

## Aire et périmètre du carré et du rectangle :

Contexte : cette séquence s'inscrit dans le contexte particulier de la période de confinement. Elle a été préparée pour une classe de CM2 à la demande d'une enseignante qui travaille en classe virtuelle. Elle souhaitait travailler sur les formules du périmètre et de l'aire du carré et du rectangle (voir ci-dessous les deux extraits des attendus de fin de CM2 Mathématiques / longueur et périmètre / aire).

Elle fera les séances en classe virtuelle mais cette séquence peut être adaptée pour une classe non virtuelle ou lors du retour en classe.

### **Longueur et périmètre**

#### **Ce que sait faire l'élève**

- L'élève compare des périmètres avec ou sans avoir recours à la mesure.
- Il mesure des périmètres par report d'unités, et de fractions d'unités (par exemple en utilisant une ficelle) ou par report des longueurs des côtés sur un segment de droite avec le compas.
- Il travaille la notion de longueur avec le cas particulier du périmètre.
- Il connaît les relations entre les unités de longueur et les unités de numération.
- Il calcule le périmètre d'un polygone en ajoutant les longueurs de ses côtés.
- Il établit les formules du périmètre du carré et du rectangle, puis il les utilise, tout en continuant à calculer des périmètres de polygones variés en ajoutant les longueurs de leurs côtés.

### **Aires**

#### **Ce que sait faire l'élève**

- L'élève compare des surfaces selon leur aire, par estimation visuelle ou par superposition ou découpage et recollage.
- Il différencie aire et périmètre d'une figure.
- Il détermine des aires, ou les estime, en faisant appel à une aire de référence. Ils les expriment dans une unité adaptée.
- Il utilise systématiquement une unité de référence. (Cette unité peut être une maille d'un réseau quadrillé adapté, le  $\text{cm}^2$ , le  $\text{dm}^2$  ou le  $\text{m}^2$ .)
- Il utilise les formules d'aire du carré et du rectangle.

Les savoir-faire visés par cette séquence sont donc :

- L'élève établit les formules du périmètre du carré et du rectangle, puis il les utilise.
- L'élève différencie aire et périmètre d'une figure en particulier ici celle du carré et du rectangle.
- L'élève utilise les formules d'aire du carré et du rectangle.

Manipulation : en géométrie, la manipulation est requise avant tout pour comprendre les notions. Avant d'utiliser les mesures, il est important que le concept soit compris des élèves. Ainsi cette séquence permettra aux élèves qui connaissent déjà les notions de périmètre et d'aire, de fixer ces concepts et de les approfondir.

## **La séquence dans ses grandes lignes :**

La séance, telle qu'elle est présentée, permet aux élèves de bien de construire les concepts de périmètre et d'aire ; elle prend le temps de bien faire la distinction entre les deux concepts.

Voici les 5 séances envisagées :

- 1<sup>ère</sup> séance : découverte de la formule du périmètre d'un carré
- 2<sup>ème</sup> séance : découverte de la formule de l'aire d'un carré
- 3<sup>ème</sup> séance : découverte de la formule du périmètre d'un rectangle
- 4<sup>ème</sup> séance : découverte de la formule de l'aire d'un rectangle
- 5<sup>ème</sup> séance : utilisation de ces formules dans la résolution de problèmes

Cette séquence peut, à votre guise évoluée, en fonction de votre classe ; des connaissances/ des compétences de vos élèves :

### 1<sup>ère</sup> variante :

Vous pouvez utiliser le problème n°1 de la 5<sup>ème</sup> séance comme évaluation diagnostique ; à partir des réponses des élèves, adapter les séances 1 à 4 ; terminer par les autres problèmes de la séance 5 ;

### 2<sup>ème</sup> variante :

Proposer directement, des défis à chaque début de séance, du type : « J'ai 9 allumettes, quel carré puis-je réaliser ? »

Et ensuite aller vers la séance 1.

D'autres variantes sont envisageables ...

**1<sup>ère</sup> séance : (pour l'enseignant).**  
**Version classe virtuelle**

Objectif : découvrir la formule du périmètre d'un carré.

Matériel nécessaire : des allumettes (**en rappelant les règles de sécurité aux élèves**) ou des cure-dents ; **demandez en amont de la séance aux élèves de se procurer des allumettes ou des cure-dents pour la séance en quantité suffisante.**

Début de la séance :

Annoncer aux élèves qu'ils vont travailler sur des notions qu'ils ont déjà travaillées et qui vont être approfondies (**sans leur dire** que ce sera le périmètre et l'aire d'un carré et d'un rectangle). Pour cela, ils vont devoir manipuler des allumettes / des cure-dents et des carrés pour comprendre les notions.

**« Nous allons travailler des notions de grandeurs et mesures que vous connaissez déjà. Je ne vais pas vous dire lesquelles mais vous les devinerez au fur et à mesure. Vous devez avoir des allumettes avec vous ou des cure-dents. »**

1<sup>ère</sup> étape :

**« Réalisez le carré le plus petit possible avec vos allumettes »**. Laissez le temps aux élèves de le réaliser.

**« Combien d'allumettes avez-vous utilisées ? »**. Réponse attendue : 4.

**« Combien d'allumettes y a-t-il sur un côté du carré ? »**. Réponse attendue : 1.

**« On va continuer ainsi en réalisant 3 autres carrés de plus en plus grands.**

**Combien d'allumettes allez-vous prendre pour le côté du 2<sup>ème</sup> carré ?** Réponse attendue : 2. Préciser qu'ils doivent faire un carré plus grand mais avec le moins d'allumettes possible.

**Combien d'allumettes allez-vous prendre pour le côté du 3<sup>ème</sup> carré ?** Réponse attendue : 3. Préciser qu'ils doivent faire un carré plus grand mais avec le moins d'allumettes possible.

**Combien d'allumettes allez-vous prendre pour le côté du 4<sup>ème</sup> carré ?** Réponse attendue : 4. Préciser qu'ils doivent faire un carré plus grand mais avec le moins d'allumettes possible.

**« A vous de réaliser ces 3 carrés et de trouver à chaque fois combien d'allumettes vous avez utilisées au total pour chaque carré et sur chaque côté du carré. »**

Laissez le temps aux élèves de les réaliser et mettre en commun leurs résultats.

Pendant que les élèves donnent leurs résultats, complétez avec eux le tableau ci-dessous et le partager avec eux avec vos outils de classe virtuelle habituels. C'est préférable qu'ils puissent le voir pour discuter ensuite de ces résultats.

Nombre d'allumettes sur un côté du carré :						
Nombre d'allumettes utilisées au total :						

## 2<sup>ème</sup> étape :

« **Que remarquez-vous dans le tableau ?** »

Réponse attendue : on multiplie par 4 pour passer d'une ligne à l'autre. Si les élèves ne trouvent pas, leur poser d'autres questions comme : « **Quel calcul faut-il faire pour passer du nombre d'allumettes sur un côté du carré au nombre d'allumettes au total ?**

**Pourquoi ?** Réponse attendue : on multiplie par 4 le nombre d'allumettes sur chaque côté car un carré a 4 côtés de même mesure/longueur.

Quand cela est dit, poser les deux questions suivantes et continuer à remplir dans le tableau ci-dessus :

« **Si mon carré a 7 allumettes sur un côté, quel est le nombre total d'allumettes utilisées ?** » Réponse attendue : 28. **Pourquoi ?** Réponse attendue : parce que  $7 \times 4 = 28$ .

**C'est 7 quoi ?** Réponse attendue : allumettes. **C'est 4 quoi ?** Réponse attendue : le nombre de côtés.

« **Si mon carré a 36 allumettes au total, combien d'allumettes y aura-t-il sur un côté du carré ?** Réponse attendue : 9. **Pourquoi ?** Réponse attendue :  $36 : 4 = 9$  ou  $9 \times 4 = 36$ .

Vous pouvez continuer à poser d'autres questions pour stabiliser le principe trouvé si vous le souhaitez et si besoin.

Le but de cette manipulation est de faire naître dans l'esprit des élèves la formule du périmètre du carré mais pour le moment le terme « périmètre » n'a pas encore été prononcé ou peut-être que certains élèves l'auront évoqué. Le questionnement suivant sera de chercher à leur faire dire le mot « périmètre » et à bien redéfinir ce que c'est.

## 3<sup>ème</sup> étape :

« **A votre avis, quelle notion en grandeurs et mesures, sommes-nous en train de travailler ? Qu'est-ce que l'on vous demande de calculer quand on vous demande de trouver « le nombre d'allumettes utilisées au total » ?**

Engager la discussion – écouter les réponses – demander d'argumenter.

La réponse attendue : On calcule le périmètre d'un carré.

Une fois le mot prononcé, leur demander de définir le périmètre.

« **Qu'est-ce que le périmètre d'un carré ?** »

La réponse attendue : c'est la mesure du contour du carré.

Peut-être éviter le terme « longueur du contour » que l'on va retrouver avec les noms des côtés du rectangle.

**Attention ! Bien insister sur le terme « la mesure » : ce n'est pas seulement « le contour » : mathématiquement ce n'est pas vrai. On mesure le contour.**

Il faut lier le geste à la parole ; montrer avec son doigt le périmètre.

« **Maintenant que vous avez compris que l'on cherche le périmètre d'un carré à chaque fois. Quelle est l'unité utilisée ici ?** La réponse attendue : une allumette.

Annoncer : « **On verra plus tard comment calculer le périmètre d'un carré avec des unités usuelles de mesure m – cm – dm etc.** »

« **On continue : si vous deviez trouver une « astuce », une « formule » pour calculer le périmètre d'un carré rapidement, comment feriez-vous ?**

Engager la discussion – écouter les réponses – demander d'argumenter.

La réponse attendue : le périmètre d'un carré s'obtient en multipliant la mesure d'un côté par 4 car il y a 4 côtés. On peut écrire : Périmètre du carré =  $4 \times$  mesure d'un Côté du carré

4<sup>ème</sup> étape :

« **Maintenant que vous connaissez la formule pour trouver le périmètre d'un carré, comment faire pour trouver la mesure d'un côté du carré si vous connaissez son périmètre ?**

Engager la discussion – écouter les réponses – demander d'argumenter.

La réponse attendue : on divise le périmètre par 4 car il y a 4 côtés.

Il peut être intéressant de faire le lien avec le calcul mental et de préciser aux élèves qu'ils vont devoir savoir calculer le quadruple et le quart.

« **Vous allez vous entraîner un peu à calculer mentalement des périmètres ou la mesure du côté d'un carré. Pour cela, vous allez chercher dans votre tête, le résultat à mes questions. J'interrogerai l'un d'entre vous et les autres, vous devrez valider.**

**Première question : attention : à la place des allumettes, on utilise maintenant le « cm » comme unité ou le « mm » ou le « m ». Précisez bien l'unité quand vous donnez votre réponse.**

**Si la mesure d'un côté d'un carré est de 40m, quel est son périmètre ?**

La réponse attendue : 160m. Bien préciser l'unité et le calcul effectué pour justifier. Expliquer qu'ici, l'unité est bien le « m » car on calcule 4 fois 40m donc on obtient des « m ».

*Ce qui ne sera pas le cas avec les aires.*

**Si le périmètre d'un carré mesure 20 cm, quelle est la longueur d'un côté du carré ?**

La réponse attendue : 5cm. Bien préciser l'unité et le calcul effectué pour justifier.

**Si la mesure d'un côté du carré est de 25cm, quel est son périmètre ?**

La réponse attendue : 100cm. Bien préciser l'unité et le calcul effectué pour justifier.

**Si le périmètre d'un carré mesure 200 m, quelle est la longueur d'un côté du carré ?**

La réponse attendue : 50m. Bien préciser l'unité et le calcul effectué pour justifier.

**Si le périmètre d'un carré mesure 72mm, quelle est la longueur d'un côté du carré ?**

La réponse attendue : 18mm. Bien préciser l'unité et le calcul effectué pour justifier. Certains élèves auront besoin de poser la division : leur laisser du temps.

Vous pouvez leur demander de compléter ensuite chez eux le tableau suivant ... à votre guise ou avec d'autres exemples.

Mesure du côté d'un carré :	25 cm			40 m	
Périmètre :		200 m	72 mm		20cm

5<sup>ème</sup> étape : le but de cette dernière étape est de faire construire aux élèves une trace écrite sous la forme dont vous avez l'habitude : trace écrite linéaire ou carte mentale etc. L'idéal serait que chaque élève puisse écrire ce qu'il a retenu et qu'il vous l'envoie.

Sinon, voilà ce qui pourrait être attendu comme première trace qui sera complétée ensuite avec l'aire du carré.

Mais si vous êtes plutôt adepte de carte mentale, dans ce cas-là, il faudrait que les élèves vous les envoient et que vous les ajustiez avec eux avec ce qui pourrait manquer.

Je retiens :

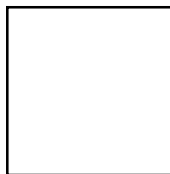
Le **périmètre** d'un carré correspond à la **mesure du contour du carré**.

Si on connaît la mesure du côté du carré, on peut trouver son **périmètre** en calculant :

$$\text{Périmètre du carré} = 4 \cdot \text{Mesure du Côté}$$

4 étant le nombre de côtés du carré

Repasse en bleu le périmètre du carré suivant :



**2<sup>ème</sup> séance : (pour l'enseignant).**  
**Version classe virtuelle**

Objectif : découvrir la formule de l'aire d'un carré.

Matériel nécessaire : des carrés identiques que les élèves peuvent découper dans des feuilles à carreaux ; les carrés doivent être assez grands pour la manipulation.

**Demander en amont aux élèves de se procurer un certain nombre de carrés bleus (ou d'une autre couleur) pour la séance.**

Le choix des carrés de couleur permet de faire la différence entre l'aire (remplissage d'une surface avec des carrés bleus « pleins ») et le périmètre (la figure qui est blanche quand on cherche le périmètre). C'est davantage une aide « visuelle » : c'est un choix ; libre à vous de vous en emparer. Les élèves n'auront pas le droit de découper les carrés bleus.



Début de la séance :

Annoncer aux élèves qu'ils vont continuer à travailler sur des notions qu'ils ont déjà travaillées et qui vont être approfondies. Demander aux élèves ce dont ils se rappellent de la dernière séance et préciser que dans la séance à venir, ils vont manipuler des carrés bleus et non plus des allumettes pour travailler une autre notion (ne pas annoncer qu'ils vont travailler sur l'aire d'un carré). Leur préciser que vos carrés seront bleus.

1<sup>ère</sup> étape :

**« Tout comme lors de la dernière séance avec le périmètre, vous allez essayer de réaliser des carrés avec vos carrés. Le plus petit carré comporte juste un carré bleu ! Pouvez-vous réaliser un carré avec deux carrés bleus ? 3 carrés bleus ? 4 carrés bleus ?**

La réponse attendue : il faut au minimum 4 carrés bleus pour réaliser un carré.

**« Combien de carrés bleus faut-il pour réaliser ce carré ?** La réponse attendue : 4

**« On va continuer exactement comme pour les périmètres à réaliser 2 autres grands carrés.**

**« Combien de carrés bleus allez-vous utiliser pour le prochain grand carré en utilisant le moins de carrés bleus possible ?** Laisser les élèves réaliser le grand carré. Réponse attendue : 9. **Combien de carrés bleus avez-vous mis sur la première ligne ?** Montrer au besoin avec la main ce qu'est une ligne. Réponse attendue : 3. **Combien de lignes a votre grand carré ?** Réponse attendue : 3. »

**« On continue encore une fois car après il faudrait beaucoup trop de carrés. Combien de carrés bleus allez-vous utiliser pour le prochain grand carré ?** Laisser les élèves réaliser le grand carré. Réponse attendue : 16. **Combien de carrés bleus avez-vous mis sur la première ligne ?** Montrer au besoin avec la main, ce qu'est une ligne. Réponse attendue : 4. **Combien de lignes a votre grand carré ?** Réponse attendue : 4. »

Pendant que les élèves vous donnent leurs résultats, complétez avec eux le tableau ci-dessous et le partager avec eux avec vos outils de classe virtuelle habituels. C'est préférable qu'ils puissent le voir pour discuter ensuite de ces résultats.

Nombre de carrés bleus sur chaque ligne					
Nombre de lignes					
Nombre de carrés bleus au total					

### 2<sup>ème</sup> étape :

« **Que remarquez-vous dans le tableau ? Quel calcul faut-il faire pour trouver le nombre de carrés bleus au total ? Pourquoi ?** Réponse attendue : on multiplie le nombre de carrés bleus sur une ligne par le nombre de lignes.

Il peut être intéressant de faire le parallèle avec une multiplication. Exemple : un échiquier a 8 lignes et sur chaque ligne on compte 8 cases. Il a donc au total :  $8 \times 8 = 64$  cases

Quand cela est dit, poser les deux questions suivantes et continuer de remplir dans le tableau ci-dessus :

« **Si mon carré a 7 carrés bleus sur une ligne, combien de carrés bleus faudra-t-il au total ? Pourquoi ?** Réponse attendue :  $49$  car  $7 \times 7 = 49$ . Car le nombre de carrés bleus sur une ligne correspond au nombre de lignes.

« **Si mon carré a 9 carrés bleus sur une ligne, combien de carrés bleus faudra-t-il au total ?** Réponse attendue :  $81$  car  $9 \times 9 = 81$  car il a 9 lignes aussi.

### 3<sup>ème</sup> étape :

« **A votre avis, quelle notion en grandeurs et mesures sommes-nous en train de travailler ? Qu'est-ce que l'on vous demande de calculer quand on vous demande de trouver « le nombre total de carrés bleus » ?** »

Engager la discussion – écouter les réponses – demander d'argumenter.

La réponse attendue : On calcule l'aire d'un carré.

Demander ensuite de définir « l'aire d'un carré. »

« **Qu'est-ce que l'aire d'un carré ?** »

La réponse attendue : c'est la mesure de la surface d'un carré.

**Attention ! Il est important que les élèves fassent la différence entre la surface et l'aire qui en est la mesure. On voit la surface d'un carré et on en mesure son aire.**

Il faut lier le geste à la parole ; montrer avec son doigt la surface.

Dire que : « **L'aire c'est la mesure de la surface et qu'elle correspond au nombre de carrés bleus nécessaires pour recouvrir toute la surface du carré.** »

« **Maintenant que vous avez compris que l'on cherche l'aire d'un carré à chaque fois. Quelle est l'unité utilisée ici ?** La réponse attendue : un carré bleu.

Annoncer : « **On verra plus tard comment calculer l'aire d'un carré avec des unités usuelles de mesure m – cm – dm etc. Mais ce ne sera plus m, cm ou mm** »

**Si vous deviez trouver une « astuce », une « formule » pour calculer l'aire d'un carré, rapidement, comment feriez-vous ?**

Engager la discussion – écouter les réponses – demander d'argumenter.

La réponse attendue : l'aire d'un carré se calcule en multipliant le nombre de carrés bleus sur une ligne par le nombre de lignes. On peut écrire : Aire du carré = nombre de carrés bleus par lignes  $\times$  nombre de lignes.



4<sup>ème</sup> étape :

« **Maintenant que vous connaissez la formule pour trouver l'aire d'un carré, comment faire pour trouver le nombre de carrés bleus sur une ligne ou le nombre de lignes d'un carré si vous connaissez son aire ?**

Engager la discussion – écouter les réponses – demander d'argumenter.

La réponse attendue : on cherche un nombre qui multiplié par lui même donne l'aire. Exemple si c'est 49 on sait que 7 fois 7 c'est 49.

« **Vous allez vous entraîner à calculer mentalement des aires ou le nombre de lignes et de carrés bleus par lignes. Pour cela, vous allez chercher dans votre tête, le résultat à mes questions. J'interrogerai l'un d'entre vous et les autres, vous devrez valider.**

**Si le nombre de carrés bleus par lignes est 9, quelle est l'aire du carré ?**

La réponse attendue : 81 carrés bleus. Bien préciser l'unité (carrés bleus) et le calcul effectué pour justifier.  $9 \text{ fois } 9 = 81$

**Si l'aire d'un carré est 100 de carrés bleus, quel est le nombre de carrés bleus par lignes ?**

La réponse attendue : 10. Bien préciser le calcul effectué pour justifier.  $10 \text{ fois } 10 = 100$

**Si l'aire d'un carré est 144 carrés bleus, quel est le nombre de lignes de ce carré ?**

La réponse attendue : 12. Bien préciser le calcul effectué pour justifier.  $12 \text{ fois } 12 = 144$ . La réponse n'est pas évidente, laisser les élèves poser éventuellement les multiplications pour trouver.

**Si le nombre de carrés bleus par lignes est 40, quelle est l'aire du carré ?**

La réponse attendue : 1600 carrés bleus. Bien préciser l'unité (carrés bleus) et le calcul effectué pour justifier.  $40 \text{ carrés bleus fois } 40 \text{ lignes} = 40 \text{ fois } 40 = 1600$  (*et non 160 qui peut être une erreur rencontrée*). Cela peut être intéressant en calcul mental de faire le lien avec ces calculs et de s'entraîner.

Vous pouvez leur demander de compléter ensuite chez eux le tableau suivant ... à votre guise ou avec d'autres exemples.

Nombre de carrés bleus par lignes	9			40
Nombre de lignes	9			40
Aire (en nombre de carrés bleus)		100	144	

5<sup>ème</sup> étape : de la même manière que pour le périmètre, le but de cette dernière étape est de faire construire aux élèves une trace écrite sous la forme dont vous avez l'habitude : trace écrite linéaire ou carte mentale etc.

L'idéal est que chaque élève puisse écrire ce qu'il a retenu et qu'il vous l'envoie.  
Sinon, voilà ce qui pourrait être attendu :

Je retiens :

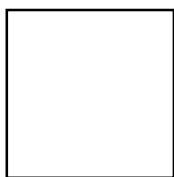
L'aire d'un carré correspond à **la mesure de la surface du carré.**

Si on connaît le nombre d'unités (ici de carrés bleus) sur chaque ligne ou le nombre de lignes, on peut trouver son aire en faisant :

Nombre d'unités sur chaque ligne · Nombre de lignes

Colorie l'aire du carré suivant :

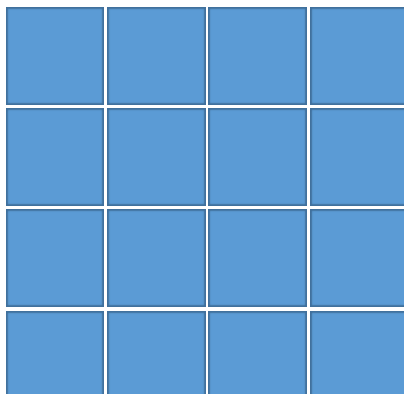
L'aire est en bleu :



Calcule l'aire de ce carré en fonction du nombre de carrés bleus :

Aire du carré = 4 carrés bleus sur une ligne · 4 lignes = 16 carrés bleus

Aire du carré = 4 · 4 = 16 carrés bleus



### 3<sup>ème</sup> séance : (pour l'enseignant). Version classe virtuelle

Objectif : découvrir la formule du périmètre d'un rectangle.

Matériel nécessaire : des allumettes (en rappelant les règles de sécurité aux élèves) ou des cure-dents ; **demandez en amont aux élèves de se procurer des allumettes ou des cure-dents pour la séance.**

On considère que les séances 1 et 2 ont été réalisées avec le carré. De ce fait, les formules du périmètre du rectangle et celle de l'aire devraient arriver plus rapidement. On peut ainsi utiliser le vocabulaire dès le début de la séance en le rappelant auparavant.

Pour éviter tout litige, on considèrera ici les rectangles dont la longueur est toujours différente de la largeur pour éviter de retomber sur les carrés qui sont des rectangles particuliers. Il peut être intéressant de le préciser au début avec les élèves ou de le dire si vous rencontrez ce litige.

Si vous n'avez pas fait les séances 1 et 2, il vous est donc fortement conseillé d'appliquer pour le rectangle, la démarche réalisée pour le carré lors des séances 1 et 2.

Début de la séance :

**« Nous allons prolonger notre travail effectué avec les allumettes et les carrés bleus mais cette fois-ci avec le rectangle. Avant tout, pouvez-vous me rappeler ce que vous avez retenu pour le carré ? »**

Engager la discussion – écouter les réponses – demander d'argumenter.

1<sup>ère</sup> étape :

Il faut s'assurer que le nom des côtés du rectangle sont connus des élèves.

**« Avant de commencer, pouvez-vous me dire, comment s'appelle le côté le plus grand, le plus long d'un rectangle ? Réponse attendue : la longueur. Le côté le plus petit ? le plus court ? Réponse attendue : la largeur.**

Au besoin le rappeler à chaque question pour ne pas perdre certains élèves. On peut aussi leur faire dessiner un rectangle sur une feuille et écrire les deux termes « longueur » et « largeur ». Ils peuvent ainsi garder ce rectangle comme aide-mémoire.

**« Réalisez le rectangle le plus petit possible avec des allumettes »**. Laissez le temps aux élèves de le réaliser.

**« Combien d'allumettes avez-vous utilisées au total ? »**. Réponse attendue : 6.

**« À quoi correspond ce nombre ? »** Réponse attendue : au périmètre du rectangle.

**« Combien d'allumettes avez-vous utilisées pour la longueur ?** Réponse attendue : 2.

**« Combien d'allumettes avez-vous utilisées pour la largeur ?** Réponse attendue : 1.

**« On va continuer ainsi en réalisant 2 autres rectangles de plus en plus grands en utilisant le moins d'allumettes possible. Comme pour le carré, le but sera de trouver le périmètre de ces rectangles.**

Laissez le temps aux élèves de les réaliser.

**« Combien d'allumettes avez-vous utilisées au total pour le périmètre du 2<sup>ème</sup> rectangle ? »**. Réponse attendue : 8.

**« Combien d'allumettes avez-vous utilisées pour la longueur ?** Réponse attendue : 3.

**« Combien d'allumettes avez-vous utilisées pour la largeur ?** Réponse attendue : 1.

**« Combien d'allumettes avez-vous utilisées au total pour le périmètre du 3<sup>ème</sup> rectangle ? »**. Réponse attendue : 10. **« Combien d'allumettes avez-vous utilisées pour la longueur ?** Réponse attendue : 4 ou 3. **« Combien d'allumettes avez-vous utilisées pour la largeur ?** Réponse attendue : 1 ou 2.

Pour 10 allumettes, on peut réaliser deux rectangles différents : l'un avec 4 allumettes sur la longueur et 1 allumette sur la largeur ; l'autre avec 3 allumettes sur la longueur et 2 allumettes sur la largeur. C'est l'occasion d'engager la discussion pour comparer avec le carré :

« **Est-ce possible d'avoir deux carrés différents avec un même périmètre ?** Réponse attendue : non. **Pourquoi ?** Réponse attendue : parce que la mesure du côté est la même dans un carré.

Pendant que les élèves vous donnent leurs résultats, complétez avec eux le tableau ci-dessous et le partager avec eux avec vos outils de classe virtuelle habituels. C'est préférable qu'ils puissent le voir pour discuter ensuite de ces résultats.

Nombre d'allumettes sur la longueur	2	3	4	3			
Nombre d'allumettes sur la largeur	1	1	1	2			
Périmètre du rectangle en fonction du nombre d'allumettes	6	8	10	10			

2<sup>ème</sup> étape : Comme cela a été annoncé, le but est de trouver « une formule » pour trouver le périmètre d'un rectangle.

« **En observant bien le tableau, si vous deviez trouver une « formule » pour calculer le périmètre d'un rectangle rapidement, comment feriez-vous ?** »

Engager la discussion – écouter les réponses – demander d'argumenter.

La réponse attendue : le périmètre d'un rectangle s'obtient en multipliant par 2 la somme de la longueur et de la largeur. On acceptera aussi : 2 fois la largeur + 2 fois la longueur. Et on montrera que c'est la même chose que de faire 2 fois (longueur + largeur). Certains élèves seront plus à l'aise avec l'une ou l'autre.

3<sup>ème</sup> étape :

« **Maintenant que vous connaissez la formule pour trouver le périmètre d'un rectangle, on va s'entraîner un peu pour s'assurer que vous avez bien compris.**

« **Quel est le périmètre d'un rectangle de longueur 25cm et de largeur 10cm ?** »

Réponse attendue :  $2 \times (25 + 10) = 2 \times 35 = 70\text{cm}$

« **Quelles peuvent être les mesures de la longueur et de la largeur d'un rectangle de périmètre 12cm ?** »

Réponse attendue : Longueur + largeur = 6 donc 5cm et 1cm ou 4cm et 2cm.

« **Quel est le périmètre d'un rectangle de longueur 13mm et de largeur 7mm ?** »

Réponse attendue :  $2 \times (13 + 7) = 2 \times 20 = 40\text{mm}$

Vous pouvez leur demander de compléter ensuite chez eux le tableau suivant ... à votre guise ou avec d'autres exemples.

Mesure de la longueur :	25 cm			13mm
Mesure de la largeur :	10 cm			7mm
Périmètre du rectangle:		12 cm		

4<sup>ème</sup> étape : le but de cette dernière étape est de faire construire aux élèves une trace écrite sous la forme dont vous avez l'habitude : trace écrite linéaire ou carte mentale etc. L'idéal est que chaque élève puisse écrire ce qu'il a retenu et qu'il vous l'envoie. Sinon, voilà ce qui pourrait être attendu :

Je retiens :

Le **périmètre** d'un rectangle correspond à la **mesure du contour du rectangle**.

Si on connaît la mesure de la longueur et de la largeur on peut trouver son **périmètre** en calculant :

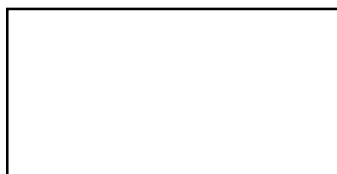
$$\text{Périmètre du rectangle} = 2 \cdot (\text{Mesure de la longueur} + \text{mesure de la largeur})$$

Si on appelle : L = la mesure de la Longueur

l = la mesure de la largeur, on peut écrire :

$$\text{Périmètre du rectangle} = 2 \cdot (L + l)$$

Repasse en bleu le périmètre du rectangle suivant :



**4<sup>ème</sup> séance : (pour l'enseignant).**  
**Version classe virtuelle**

Objectif : découvrir la formule de l'aire d'un rectangle.

Matériel nécessaire : même matériel que pour la séance 2 : des carrés de couleur.

**Demander en amont aux élèves de se procurer un certain nombre de carrés bleus (ou d'une autre couleur) pour la séance.**



Début de la séance :

1<sup>ère</sup> étape :

« **Tout comme pour le carré, vous allez essayer de réaliser des rectangles avec des carrés bleus. Combien de carrés bleus faut-il pour réaliser le plus petit rectangle possible ?** La réponse attendue : 2. « **À quoi correspond ce nombre ?** » La réponse attendue : à l'aire du rectangle.

Préciser qu'il sera interdit pendant toute la séance de découper les carrés bleus.

« **On va continuer comme lors des autres séances à réaliser d'autres rectangles. Combien de carrés bleus allez-vous utiliser pour le prochain rectangle en utilisant le moins possible de carrés bleus ?** Laisser les élèves réaliser le rectangle. Réponse attendue : 3. **Combien de carrés bleus avez-vous utilisés sur la longueur ?** Montrer au besoin avec la main ce qu'est la longueur. Réponse attendue : 3. **Combien de carrés bleus avez-vous utilisés sur la largeur ?** Réponse attendue : 1. » « **Quelle est son aire ?** » Réponse attendue : 3 carrés bleus.

**Répéter l'opération avec l'aire égale à 4 carrés bleus – 5 carrés bleus et 6 carrés bleus. Attention ! Pour une aire égale à 6 carré bleus, il y a deux possibilités.**

Pendant que les élèves vous donnent leurs résultats, complétez avec eux le tableau ci-dessous et le partager avec eux avec vos outils de classe virtuelle habituels. C'est préférable qu'ils puissent le voir pour discuter ensuite de ces résultats.

Nombre de carrés bleus sur la longueur	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>3</b>	7	8	4
Nombre de carrés bleus sur la largeur	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	1	1	2
Nombre de carrés bleus au total = aire du rectangle	3	4	5	6	6	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>8</b>

2<sup>ème</sup> étape :

« **Que remarquez-vous dans le tableau ? Quel calcul faut-il faire pour trouver l'aire du rectangle ? Pourquoi ?** Réponse attendue : on multiplie le nombre de carrés bleus sur la longueur par le nombre de carrés bleus sur la largeur. Faire le lien avec la formule du carré. On multiplie le nombre de carrés bleus par le nombre de lignes ici le nombre de lignes correspond au nombre de carrés bleus sur la largeur.

Quand cela est dit, poser les deux questions suivantes et continuer de remplir dans le tableau ci-dessus :

« **Si l'aire de mon rectangle est de 7 carrés bleus. Combien de carrés bleus peut-il y avoir sur la longueur et la largeur ? Pourquoi ?** Réponse attendue : longueur = 7 largeur = 1 car  $7 \times 1 = 7$  et on ne peut pas faire de rectangles avec 7 carrés bleus à moins de les découper mais on n'a pas le droit de le faire.

« **Si l'aire de mon rectangle est de 8 carrés bleus. Combien de carrés bleus peut-il y avoir sur la longueur et la largeur ? Pourquoi ?** Réponses attendues : longueur = 8 largeur = 1 car  $8 \times 1 = 8$  ou longueur = 4 largeur = 2 car  $4 \times 2 = 8$ .

3<sup>ème</sup> étape :

« **Maintenant que vous connaissez la formule pour trouver l'aire d'un rectangle, vous allez vous entraîner à calculer l'aire d'un rectangle ou à calculer sa longueur et sa largeur à partir de son aire. Pour cela, vous allez chercher seul(e) le résultat à mes questions. J'interrogerai l'un d'entre vous et les autres, vous devrez valider. »**

« **1<sup>ère</sup> question : si la longueur du rectangle mesure 6 carrés bleus et la largeur 8 carrés bleus, quelle est l'aire du rectangle ? »**

La réponse attendue : 48 carrés bleus. Bien préciser l'unité (carrés bleus) et le calcul effectué pour justifier.  $8 \times 6 = 48$ . Il peut être intéressant de rappeler la nécessité de connaître les tables de multiplication.

« **2<sup>ème</sup> question : si la longueur du rectangle mesure 12 carrés bleus et la largeur 10 carrés bleus, quelle est l'aire du rectangle ? »**

La réponse attendue : 120 carrés bleus. Bien préciser l'unité (carrés bleus) et le calcul effectué pour justifier.  $12 \times 10 = 120$ . Il peut être intéressant de rappeler la nécessité de connaître les tables de multiplication.

« **3<sup>ème</sup> question : quelles peuvent-être les mesures de la longueur et de la largeur d'un rectangle dont l'aire est de 12 carrés bleus ? »**

Les réponses attendues : longueur 12 – largeur 1 car  $12 \times 1 = 12$

longueur 6 – largeur 2 car  $6 \times 2 = 12$

longueur 4 – largeur 3 car  $4 \times 3 = 12$

Il peut être intéressant de mener un travail en calcul mental sur les diviseurs d'un nombre pour trouver toutes les possibilités.

Vous pouvez leur demander de compléter ensuite chez eux le tableau suivant ... à votre guise ou avec d'autres exemples.

Nombre de carrés bleus sur la longueur	8	12			
Nombre de carrés bleus sur la largeur	6	10			
Aire du rectangle (en nombre de carrés bleus)			12	12	12

4<sup>ème</sup> étape : de la même manière que pour le périmètre, le but de cette dernière étape est de faire construire aux élèves une trace écrite sous la forme dont vous avez l'habitude : trace écrite linéaire ou carte mentale etc.

L'idéal est que chaque élève puisse écrire ce qu'il a retenu et qu'il vous l'envoie.

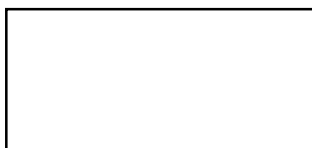
Sinon, voilà ce qui pourrait être attendu :

Je retiens :

L'aire d'un rectangle correspond à **la mesure de la longueur multipliée par la mesure de la largeur du rectangle.**

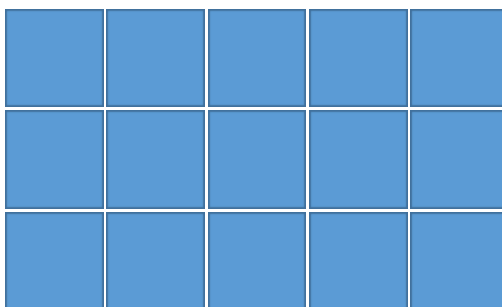
On peut écrire : Aire du rectangle = Longueur · largeur

Colorie en bleu l'aire du rectangle suivant :



Calcule l'aire de ce rectangle en fonction du nombre de carrés bleus :

Aire du rectangle =  $5 \cdot 3 = 15$  carrés bleus





5<sup>ème</sup> séance : utiliser les formules des périmètres et des aires  
dans la résolution de problèmes.

Fiche enseignante.

Le but de cette séance est de mettre en application les formules des périmètres et des aires du carré et du rectangle dans des problèmes de la vie courante.

Ce ne seront pas toujours des exercices d'application directe des formules mais des problèmes qui demanderont de les réinvestir à bon escient.

Les problèmes peuvent être envoyés aux élèves pour qu'ils essaient de les résoudre (dans la mesure du possible seuls) en amont de la classe virtuelle si vous optez pour une correction collective.

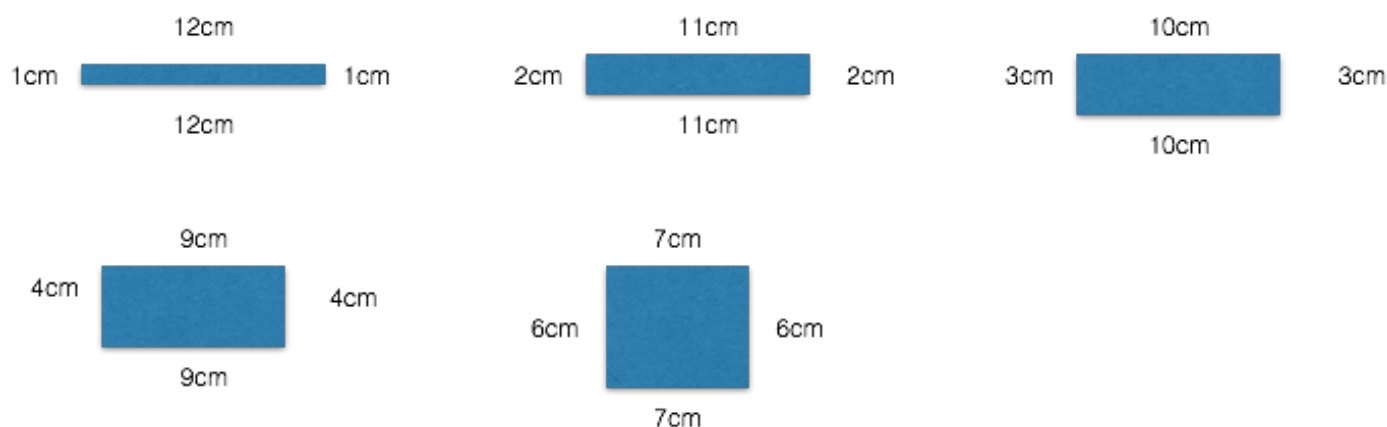
La correction peut être envoyée aux élèves après un retour de leur part par mail ou sur l'ENT, et ce, de manière individuelle.

Problème n°1 : On a une ficelle de 26cm de longueur. On veut construire, avec cette ficelle, un rectangle dont l'aire soit la plus grande possible. Quelles seront les dimensions de ce rectangle sachant que les mesures ne sont exprimées que par des nombres entiers (pas de nombres décimaux – à virgule) ?

**Remarque :** l'aire d'un rectangle de 4cm de longueur et de 5cm de largeur est de  $20\text{cm}^2$  qui se lit « 20 centimètres carrés ». L'unité est le « centimètre carré » que l'on écrit «  $\text{cm}^2$  ».

Réponse attendue :

Le but est de faire réfléchir les élèves sur toutes les possibilités de rectangles avec un périmètre de 26cm. Les voici :



Une fois les rectangles trouvés, ils doivent calculer l'aire de chacun pour trouver celui qui a la plus grande aire. La plus grande aire correspond au rectangle de longueur 7cm et de largeur 6cm.

Remarque : c'est une application des formules de périmètres et d'aires mais ce problème reste un problème « ouvert » au départ pour lequel la réponse n'est pas immédiate.

Problème n°2 : c'est le moment de jardiner, le printemps vient d'arriver. Lillie décide de réaliser un potager qui aura la forme d'un rectangle de 12m de longueur sur 10m de largeur. Elle positionne des poteaux tous les deux mètres (lorsque c'est possible) autour de son jardin en prenant le soin d'en mettre un à chaque coin. Elle fixera dessus le grillage qu'elle doit positionner tout autour de son jardin. Elle prévoit une porte-barrière de 1m de longueur qu'elle mettra sur une des longueurs de son jardin.

Combien de poteaux et quelle longueur de grillage doit-elle acheter ?

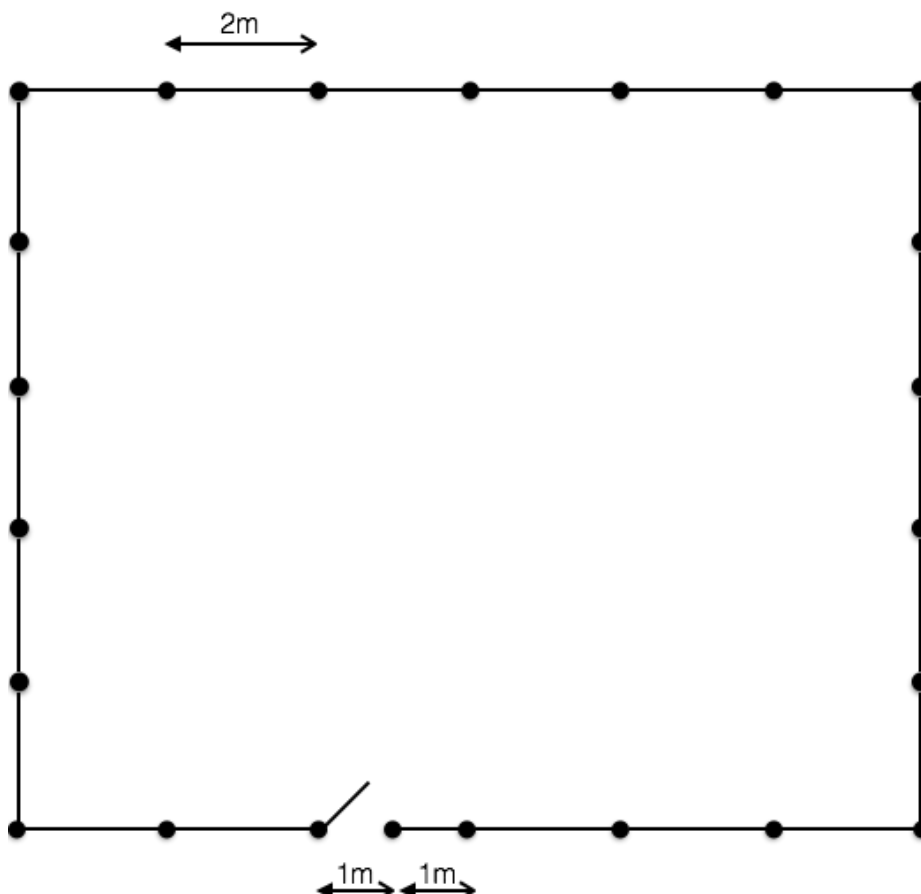
*Aide : réalise un dessin pour t'aider.*

Correction du problème n°2 :

Le dessin suivant représente le jardin tel qu'il pourrait être : la porte-barrière a été mise sur la longueur comme demandé. Il faut prévoir un poteau supplémentaire au niveau de la porte pour pouvoir fixer le grillage. Il n'y a alors qu'un mètre entre deux poteaux. Ce mètre peut se trouver soit au niveau de la porte, soit au niveau du poteau en bas à droite. Cela ne change rien au résultat.

On compte ainsi le nombre de poteaux : 23.

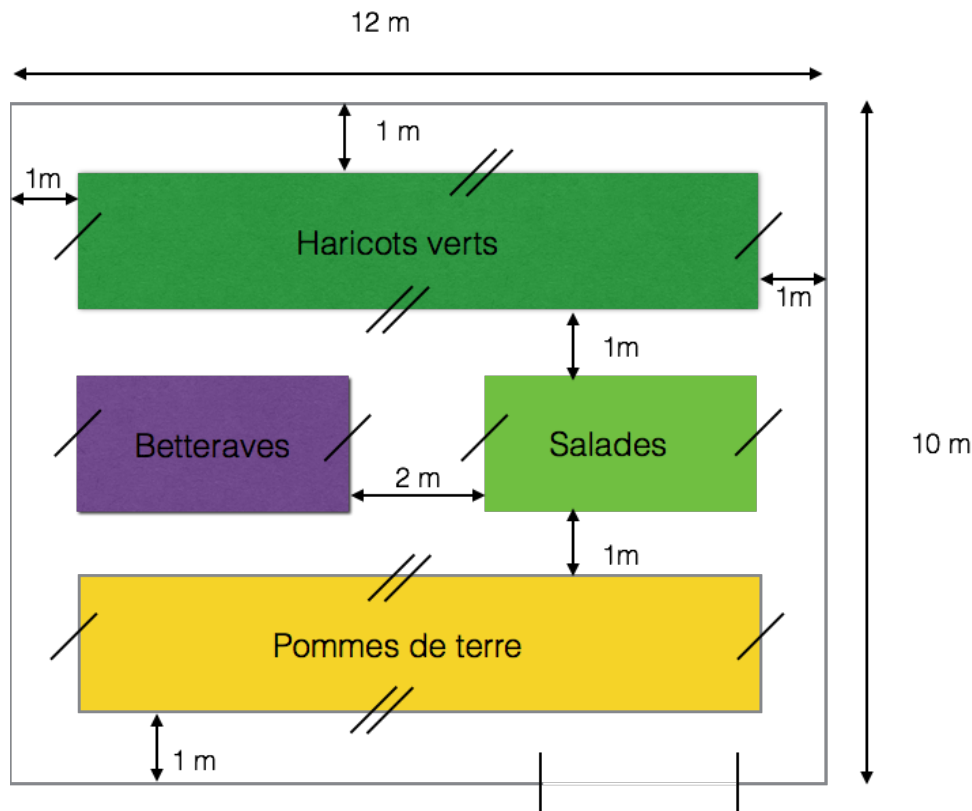
La longueur du grillage = périmètre du rectangle - 1m longueur de la porte = 2 fois (12 + 10) - 1 = 44 - 1 = 43m



Problème n°3 : Le jardin de Lilie étant réalisé, elle veut planter des salades, des haricots verts, des betteraves et des pommes de terre comme sur le dessin ci-dessous : la taille de la parcelle des betteraves a la même taille que celle des salades.

Trouve deux méthodes pour connaître l'aire des allées représentées en blanc sur son dessin.

**Remarque** : l'aire d'un rectangle de 4m de longueur et de 5m de largeur est de  $20m^2$  qui se lit « 20 mètres carrés ». L'unité est le « mètre carré » que l'on écrit «  $m^2$  ». Tu devras donc donner tes résultats avec cette unité.



Correction :

1<sup>ère</sup> méthode :

a. Calculer l'aire totale :  $12 \times 10 = 120m^2$

b. Calculer l'aire de chaque parcelle :

La largeur est la même pour toutes les parcelles en lisant les codes c'est à dire  $(10 - 1 - 1 - 1 - 1) : 3 = 6 : 3 = 2$

La longueur de la parcelle des HV est de 10m  $(12 - 1 - 1)$  comme celle des PDT

La longueur de la parcelle des B = 4m comme celle des S (voir l'énoncé)

$(12 - 2 - 1 - 1) : 2 = 4$

Donc : Aire HV = Aire PDT =  $10 \times 2 = 20m^2$

Aire B = Aire S =  $4 \times 2 = 8m^2$

c. Donc Aire des allées =  $120 - 2 \times (20 + 8) = 120 - 56 = 64m^2$

2<sup>ème</sup> méthode :

L'Aire des allées = Aire des 4 rectangles blancs « horizontaux » de longueur 12m et de largeur 1m + Aire des 6 rectangles « verticaux » de longueur 2m et de largeur 1m + Aire du carré entre les betteraves et les salades de 2m de côté

Aire allées =  $4 \times (12 \times 1) + 6 \times (2 \times 1) + (2 \times 2) = 48 + 12 + 4 = 64m^2$

Remarque : ce problème permet de réinvestir les formules mais tout en réinvestissant la lecture des figures et les codes pour montrer que des longueurs sont identiques.

Fiche enseignant :

Une série de problèmes pour réinvestir les formules :

Rappel pour tous les problèmes : dans ce problèmes les aires des carrés et des rectangles s'expriment en  $cm^2$  qui se lit « centimètre carré ». Ainsi un carré de côté 4cm a une aire de  $(4 \times 4) 16cm^2$  qui sur lit « 16 centimètres carrés »

Problème n°1 :

1. Calcule l'aire des figures A et B en n'utilisant que des aires de carrés et de rectangles. Essaie de trouver deux méthodes différentes.
2. Calcule l'aire de la figure C en n'utilisant que des aires de carrés.

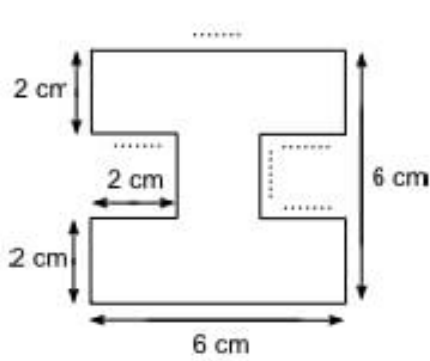


Figure A

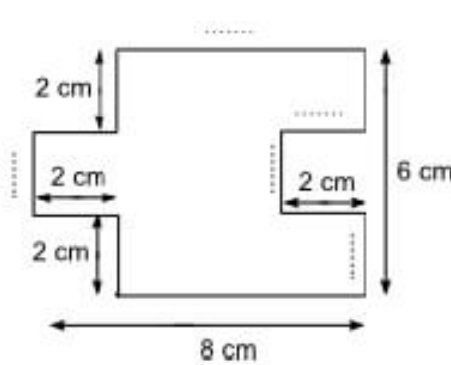


Figure B

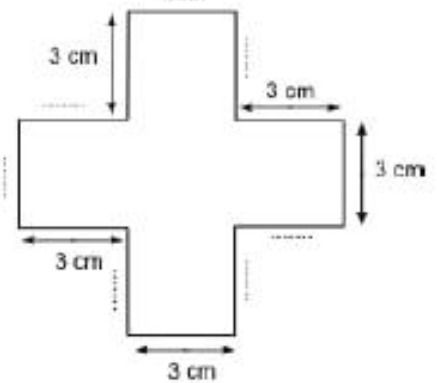


Figure C

Figures empruntées à <http://www.i-profs.fr>

Correction :

Figure A :

1<sup>ère</sup> méthode :

Calcul de l'aire du grand carré :  $6 \times 6 = 36 cm^2$

Calcul de l'aire des 2 petits carrés enlevés au grand carré :  $2 \times (2 \times 2) = 8cm^2$

Total :  $36 - 8 = 28 cm^2$

2<sup>ème</sup> méthode :

Calcul de l'aire des 2 rectangles :  $2 \times (6 \times 2) = 24 cm^2$

Calcul de l'aire du petit carré entre les 2 rectangles :  $2 \times 2 = 4cm^2$

Total :  $24 + 4 = 28 cm^2$

Figure B :

1<sup>ère</sup> méthode :

Calcul de l'aire du grand rectangle :  $8 \times 6 = 48 cm^2$

Calcul de l'aire des 3 petits carrés enlevés au grand carré :  $3 \times (2 \times 2) = 12cm^2$

Total :  $48 - 12 = 36 cm^2$

2<sup>ème</sup> méthode :

Calcul de l'aire des 3 rectangles :  $3 \times (6 \times 2) = 36 cm^2$

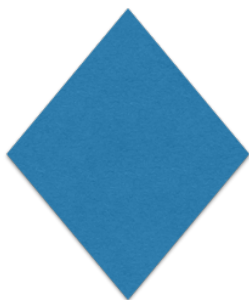
Total :  $36 cm^2$

Figure C :

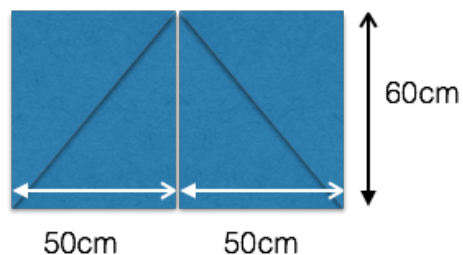
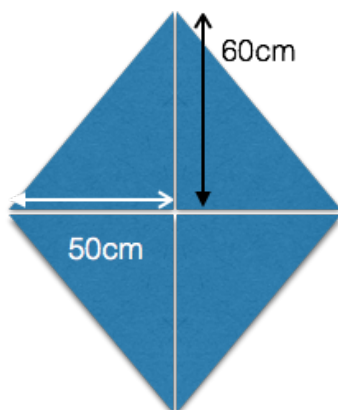
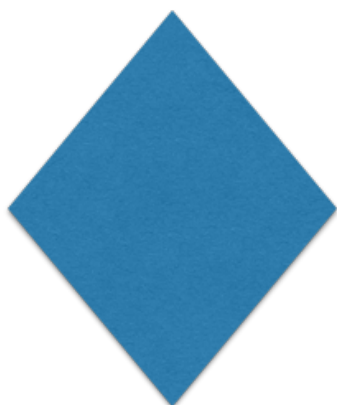
Calcul de l'aire de 5 petits carrés :  $5 \times (3 \times 3) = 45 cm^2$

Total :  $45 cm^2$

Problème n°2 : Quelle est l'aire en  $cm^2$  d'un losange dont les diagonales mesurent 120 cm et 100 cm ?



Correction :



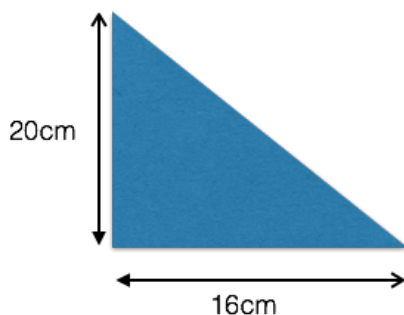
Les diagonales d'un losange se coupent en leur milieu perpendiculairement.

On peut en déduire les mesures 60cm et 50cm sur le 2<sup>ème</sup> dessin.

De plus, le losange peut se décomposer en 4 triangles rectangles identiques avec lesquels on peut faire le rectangle (3<sup>ème</sup> figure). Les aires du losange et du rectangle sont identiques.

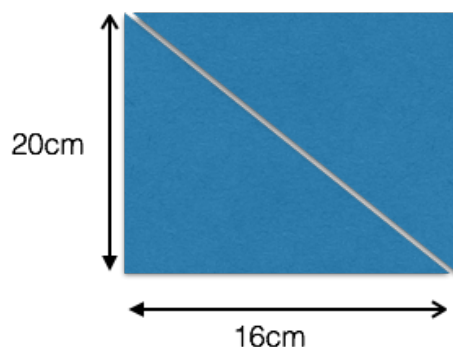
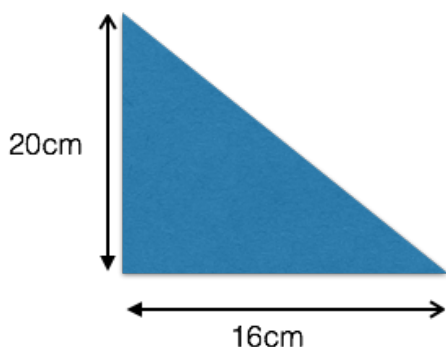
L'aire du rectangle est  $60 \times 100 = 6\,000\text{ cm}^2$

Problème n°3 : Quelle est l'aire en  $cm^2$  du triangle rectangle suivant :



Correction : L'aire d'un triangle rectangle est égale à la moitié de l'aire du rectangle

constituée par deux fois ce même triangle rectangle. Ainsi l'aire du triangle rectangle =  $(20 \times 16) : 2 = 160\text{ cm}^2$



Fiche élève :

Problème n°1 : On a une ficelle de 26cm de longueur. On veut construire, avec cette ficelle, un rectangle dont l'aire soit la plus grande possible. Quelles seront les dimensions de ce rectangle sachant que les mesures ne sont exprimées que par des nombres entiers (pas de nombres décimaux – à virgule) ?

**Remarque :** l'aire d'un rectangle de 4cm de longueur et de 5cm de largeur est de  $20\text{cm}^2$  qui se lit « 20 centimètres carrés ». L'unité est le « centimètre carré » que l'on écrit «  $\text{cm}^2$  ».

Problème n°2 : c'est le moment de jardiner, le printemps vient d'arriver. Lilie décide de réaliser un potager qui aura la forme d'un rectangle de 12m de longueur sur 10m de largeur. Elle positionne des poteaux tous les deux mètres (lorsque c'est possible) autour de son jardin en prenant le soin d'en mettre un à chaque coin. Elle fixera dessus le grillage qu'elle doit positionner tout autour de son jardin. Elle prévoit une porte-barrière de 1m de longueur qu'elle mettra sur une des longueurs de son jardin.

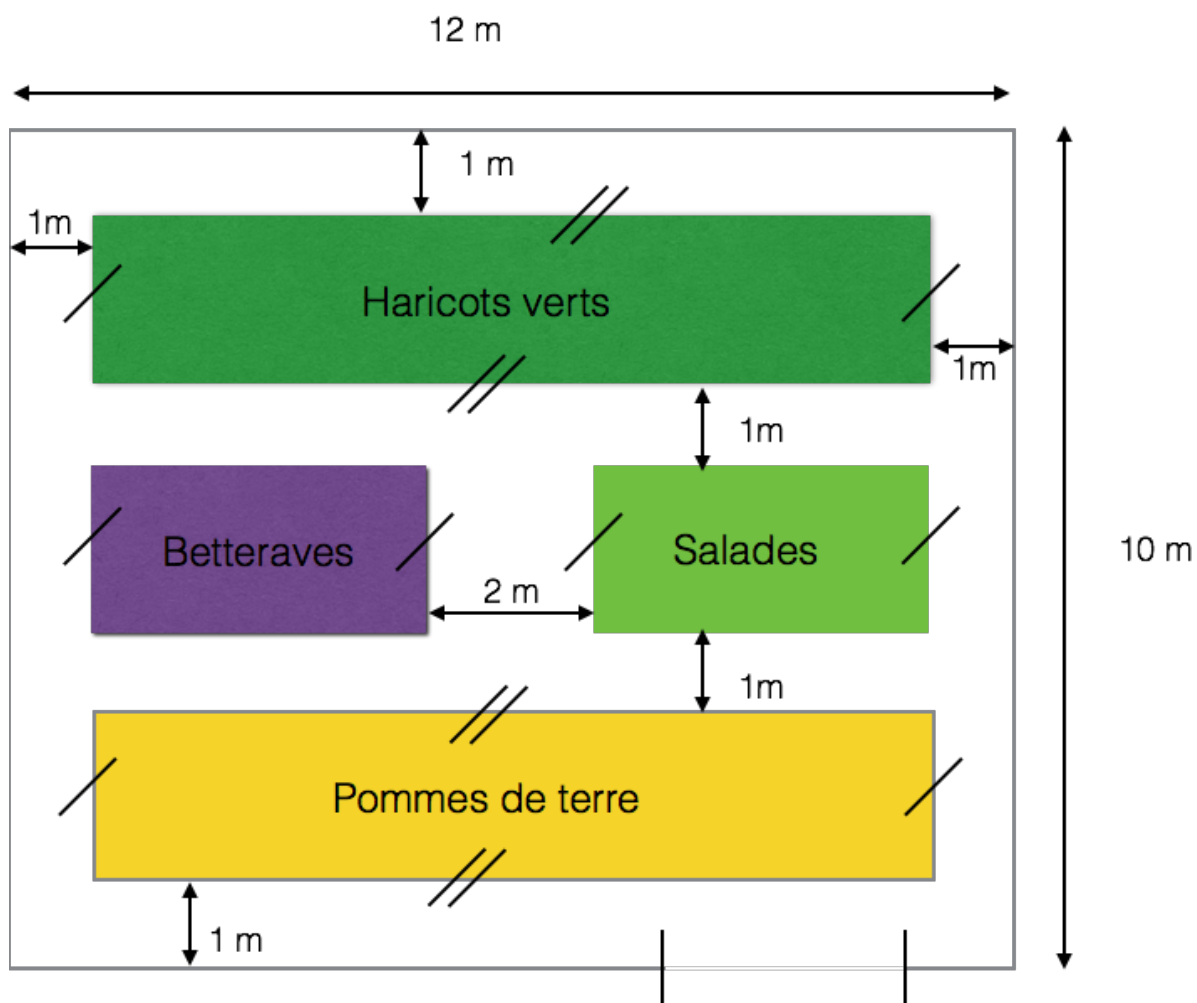
Combien de poteaux et quelle longueur de grillage doit-elle acheter ?

*Aide : réalise un dessin pour t'aider.*

Problème n°3 : Le jardin de Lilie étant réalisé, elle veut planter des salades, des haricots verts, des betteraves et des pommes de terre comme sur le dessin ci-dessous : la taille de la parcelle des betteraves a la même taille que celle des salades.

Trouve deux méthodes pour connaître l'aire des allées représentées en blanc sur son dessin.

**Remarque :** l'aire d'un rectangle de 4m de longueur et de 5m de largeur est de  $20\text{m}^2$  qui se lit « 20 mètres carrés ». L'unité est le « mètre carré » que l'on écrit «  $\text{m}^2$  ». Tu devras donc donner tes résultats avec cette unité.



Fiche élève :

Rappel pour tous les problèmes : dans ce problèmes les aires des carrés et des rectangles s'expriment en  $cm^2$  qui se lit « centimètre carré ». Ainsi un carré de côté 4cm a une aire de  $(4 \times 4) 16cm^2$  qui sur lit « 16 centimètres carrés »

Problème n°1 :

1. Calcule l'aire des figures A et B en n'utilisant que des aires de carrés et de rectangles. Essaie de trouver deux méthodes différentes.
2. Calcule l'aire de la figure C en n'utilisant que des aires de carrés.

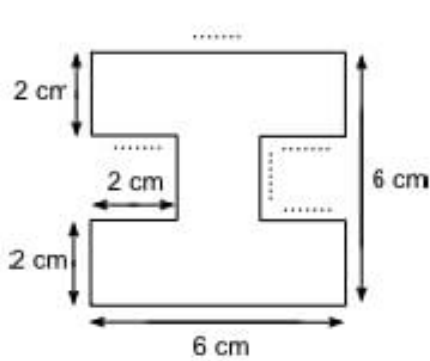


Figure A

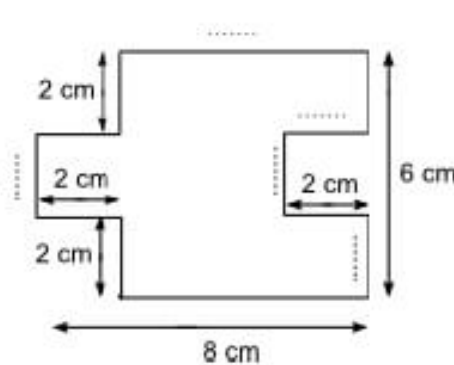


Figure B

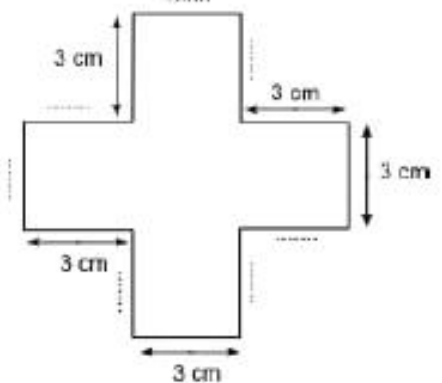
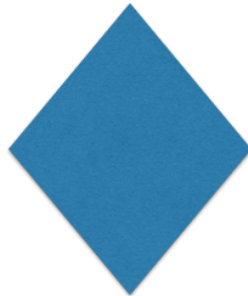


Figure C

Figures empruntées à <http://www.i-profs.fr>

Problème n°2 : Quelle est l'aire en  $cm^2$  d'un losange dont les diagonales mesurent 120 cm et 100 cm ?



Problème n°3 : Quelle est l'aire en  $cm^2$  du triangle rectangle suivant :

