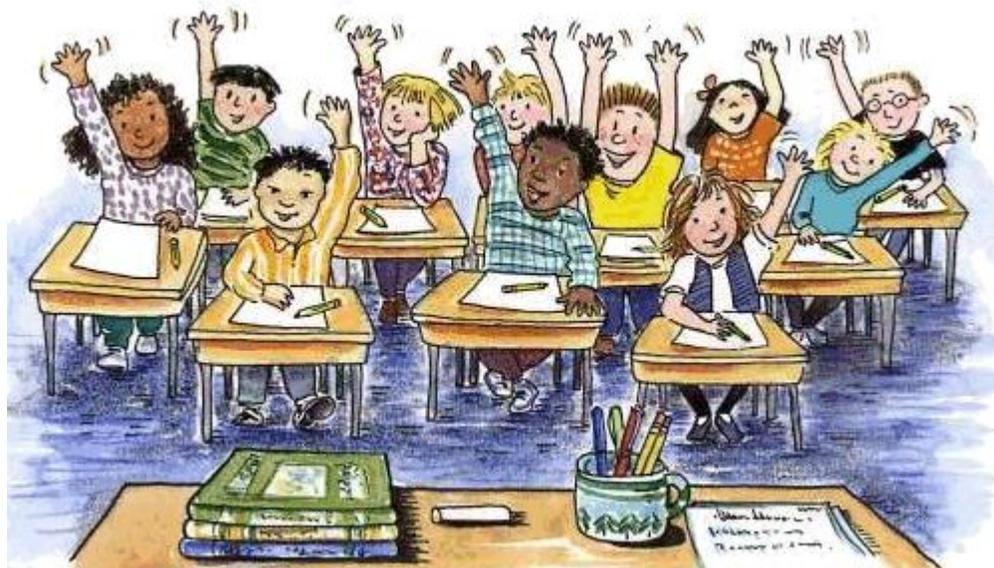


Conférence mathématiques Département de la Manche



Odile PÉRIN

IEN Mortain

Carole BERNARD

CPC Mortain

Benjamin HERMON

CP-num Mortain

Plan de la conférence

- 1- Eléments de contexte: enquêtes internationales
- 2- Eléments de contexte: national
- 3-Organisation de la formation départementale

choix de 2 thématiques:

la proportionnalité

le calcul mental

Savoir (ce qu'est la proportionnalité, le calcul mental)

Didactique (analyse des productions d'élèves)

Pédagogie (organisation de l'enseignement)

- 4- Des points de vigilances
- 5- Présentation de la suite de la formation: Parcours FOAD, Mise en œuvre dans les classes et suivi, analyse, retour

Michel Fayol, professeur à l'Université de Clermont-Ferrand



1-L'évaluation internationale TIMSS

TIMSS (Trends in mathematics and science survey)

participation de la France en 2015

- Compétences en calcul et en résolution de problèmes, quatre ans après le début de la scolarité obligatoire
- Des résultats inférieurs à la moyenne internationale
Les élèves français obtiennent un score moyen de 488 en mathématiques et de 487 en sciences. Ces résultats sont significativement inférieurs aux moyennes des deux échelles TIMSS fixées à 500.
- Les performances de la France en retrait des moyennes de l'UE et de l'OCDE

Les enseignements de TIMSS 2015

- Surreprésentation des élèves français dans le premier quartile
 - Les élèves français se trouvent surreprésentés dans le quartile le plus faible : au lieu des 25% attendus, ils sont 44% en mathématiques.
 - A l'inverse, 11% des élèves français, au lieu des 25% attendus, font partie du quartile européen le plus performant.
- En France, 1 élève sur 8 ne maîtrise pas de compétences élémentaires.

Les enseignements de TIMSS

- Des enseignants français plus souvent mal à l'aise que leurs pairs européens
 - Seulement 61% des enseignants français (vs 79% des européens) déclarent se sentir à l'aise ou très à l'aise quand il s'agit *d'améliorer la compréhension des mathématiques des élèves en difficulté* ;
 - 70% (vs 88%) lorsqu'il s'agit *d'aider les élèves à comprendre l'importance des mathématiques* ;
 - 72% (vs 85%) lorsqu'il s'agit *de donner du sens aux mathématiques*.
- Une formation continue limitée
 - 53% des élèves français ont des enseignants qui n'ont participé à aucune formation (contre 32% en moyenne européenne) au cours des deux dernières années.

Trois mille vingt-trois s'écrit :

- (A) 323
- (B) 3 023
- (C) 30 023
- (D) 300 023



Country	Percent Correct
Chinese Taipei	98 (0.6)
Russian Federation	98 (0.7)
Japan	98 (0.6)
Korea, Rep. of	96 (0.8)
Czech Republic	96 (0.8)
[†] Hong Kong SAR	96 (0.9)
² Spain	96 (1.0)
² Lithuania	95 (1.1)
² Portugal	94 (0.9)
France	94 (1.2)
Croatia	94 (1.2)
[†] Belgium (Flemish)	94 (0.9)
Norway (5)	94 (1.2)
³ Serbia	94 (1.5)
Poland	94 (1.2)
² Singapore	94 (1.0)
[†] Netherlands	93 (1.3)
Kazakhstan	93 (1.3)
Ireland	93 (1.3)
England	93 (1.1)
[‡] Northern Ireland	92 (1.4)
Finland	92 (1.2)
² [†] United States	92 (0.8)
Chile	92 (1.1)
Germany	92 (1.3)
Cyprus	92 (1.2)
² Italy	91 (1.4)
Bulgaria	91 (1.5)
Hungary	91 (1.7)
² Sweden	91 (1.4)
Slovenia	90 (1.3)
Australia	89 (1.3)
Slovak Republic	88 (1.5)
² [†] Denmark	88 (1.7)
New Zealand	87 (1.2)
International Avg.	87 (0.2)
¹ Georgia	87 (1.8)
¹ ² [†] Canada	87 (1.1)
Turkey	85 (1.7)
United Arab Emirates	77 (1.2)
Qatar	74 (1.9)
² Bahrain	72 (1.8)
Oman	66 (1.8)
Morocco	62 (2.6)
Indonesia	59 (2.7)
Kuwait	58 (2.5)
Saudi Arabia	58 (2.2)
Iran, Islamic Rep. of	57 (3.2)
Jordan	--
South Africa (5)	--

Une bouteille de jus de pomme coute 1,87 zed.

Une bouteille de jus d'orange 3,29 zeds.

Gavin a 4 zeds.

Combien Gavin doit-il avoir d'argent en plus pour acheter les deux bouteilles ?

- Ⓐ 1,06 zed
- Ⓑ **1,16 zed**
- Ⓒ 5,06 zeds
- Ⓓ 5,16 zeds

Country	Percent Correct
² Singapore	79 (1.6) 🗳
Korea, Rep. of	75 (1.8) 🗳
[†] Hong Kong SAR	73 (1.7) 🗳
Japan	70 (2.4) 🗳
[‡] Northern Ireland	70 (2.3) 🗳
Ireland	65 (2.4) 🗳
Poland	64 (2.5) 🗳
England	62 (2.4) 🗳
[†] Netherlands	62 (2.4) 🗳
Germany	62 (2.1) 🗳
² Lithuania	62 (2.6) 🗳
Chinese Taipei	61 (2.0) 🗳
Russian Federation	59 (2.2) 🗳
² [†] Denmark	59 (2.2) 🗳
[†] Belgium (Flemish)	59 (1.8) 🗳
² Spain	59 (2.6) 🗳
Kazakhstan	58 (3.0) 🗳
Finland	58 (2.6) 🗳
² [†] United States	58 (1.4) 🗳
² Portugal	57 (2.2) 🗳
Norway (5)	55 (2.6) 🗳
Slovenia	54 (2.0) 🗳
Bulgaria	54 (2.6) 🗳
Australia	53 (2.3) 🗳
Cyprus	52 (2.3) 🗳
International Avg.	51 (0.3)
Croatia	51 (2.2) 🗳
Czech Republic	51 (2.5) 🗳
Slovak Republic	50 (2.0) 🗳
² Sweden	49 (2.6) 🗳
¹ ² [†] Canada	48 (1.9) 🗳
Hungary	48 (2.3) 🗳
Turkey	47 (2.0) 🗳
² Italy	47 (2.5) 🗳
New Zealand	47 (2.1) 🗳
³ Serbia	47 (2.5) 🗳
France	42 (2.4) 🗳
¹ Georgia	41 (2.6) 🗳
² Bahrain	36 (2.2) 🗳
United Arab Emirates	36 (1.1) 🗳
Indonesia	33 (2.3) 🗳
Qatar	30 (1.7) 🗳
Chile	28 (1.7) 🗳
Iran, Islamic Rep. of	28 (2.6) 🗳
Oman	27 (1.4) 🗳
Kuwait	27 (2.2) 🗳
Saudi Arabia	26 (1.9) 🗳
Morocco	22 (2.0) 🗳

Le périmètre d'une figure à 5 côtés est de 30 cm. Trois de ses côtés mesurent chacun 4cm. Les 2 côtés restants, A et B, ont la même longueur.

Quelle est la longueur du côté A ?

- Ⓐ 6 cm
- Ⓑ 9 cm
- Ⓒ 12 cm
- Ⓓ 18 cm

Country	Percent Correct
Korea, Rep. of	70 (2.1) ⬇
² Singapore	68 (1.8) ⬇
[†] Hong Kong SAR	63 (2.3) ⬇
Russian Federation	53 (2.2) ⬇
[†] Northern Ireland	52 (2.8) ⬇
Kazakhstan	49 (2.8) ⬇
Chinese Taipei	48 (2.3) ⬇
Poland	45 (2.3) ⬇
Bulgaria	45 (2.4) ⬇
Japan	45 (2.1) ⬇
Norway (5)	44 (2.9) ⬇
Finland	44 (2.0) ⬇
² Sweden	41 (2.3)
² [†] Denmark	41 (2.0)
England	40 (2.2)
Slovenia	39 (2.5)
² [†] United States	39 (1.4)
Cyprus	39 (1.9)
[†] Belgium (Flemish)	38 (2.1)
International Avg.	37 (0.3)
Turkey	37 (1.8)
² Spain	35 (2.3)
Hungary	35 (2.5)
[†] Netherlands	35 (2.1)
Ireland	35 (2.6)
³ Serbia	35 (2.3)
Czech Republic	34 (2.2)
² Portugal	34 (2.0)
² Lithuania	34 (2.8)
Slovak Republic	33 (2.2) ⬇
² Italy	33 (2.3)
Australia	33 (2.2) ⬇
¹ ² [†] Canada	33 (1.4) ⬇
New Zealand	32 (1.9) ⬇
United Arab Emirates	32 (1.2) ⬇
¹ Georgia	32 (2.4) ⬇
Croatia	31 (2.2) ⬇
² Bahrain	30 (2.6) ⬇
Germany	30 (1.9) ⬇
Chile	30 (2.3) ⬇
France	28 (2.0) ⬇
Oman	28 (1.6) ⬇
Saudi Arabia	25 (1.9) ⬇
Qatar	25 (1.9) ⬇
Iran, Islamic Rep. of	24 (2.2) ⬇
Kuwait	24 (1.7) ⬇
Morocco	22 (2.1) ⬇
Indonesia	19 (2.0) ⬇



2-L'évaluation nationale CEDRE

Pour les mathématiques : 2008 – 2014

Résultats stables en moyenne mais la moyenne masque des disparités:

- augmentation du taux de pourcentage d'élèves faibles ;
- baisse en technique opératoire ;
- amélioration concernant les ordres de grandeurs.

Une illustration sur les décimaux...

Calculer en posant l'opération

$$4700 - 2789,7 =$$

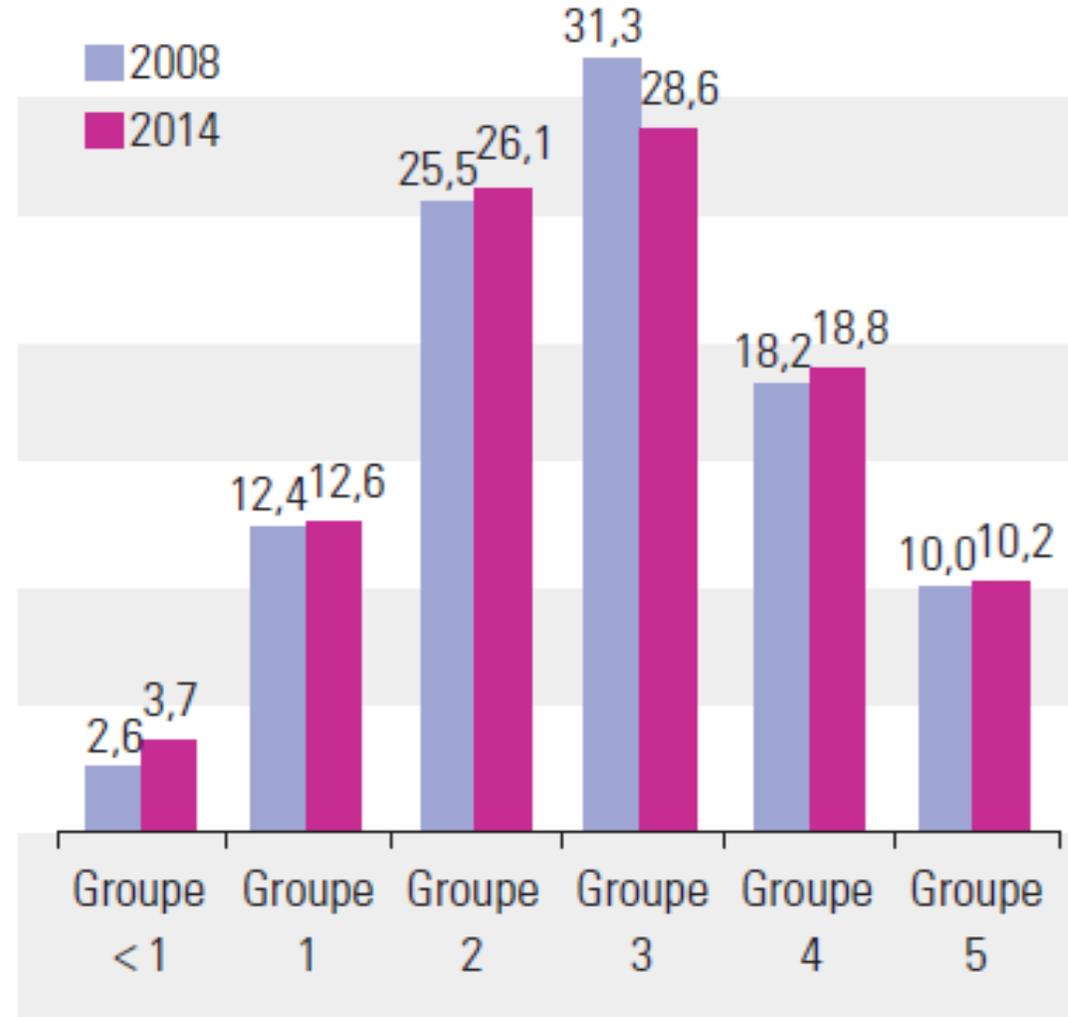
34,0% des élèves ont répondu correctement à CEDRE 2014

Réussite en baisse par rapport à CEDRE 2008

L'évaluation nationale CEDRE

Mathématiques

répartition des élèves par
groupe de niveau en 2008
et en 2014



Objectifs du plan mathématiques

- Permettre à chaque élève d'acquérir dès le plus jeune âge les fondamentaux nécessaires à sa réussite
- Soutenir la formation des enseignants pour améliorer les apprentissages des élèves

Déclinaison départementale

T1	Conférence Problématique générale de l'enseignement des mathématiques au cycle 3 (Proportionnalité et calcul)	2h15
T2	FOAD Parcours de formation comprenant : <ul style="list-style-type: none">• Un module sur le calcul• Un module sur la proportionnalité	4h30
T3	Mise en œuvre dans la classe des situations proposées	
T4	Suivi, analyse et retour concernant la mise en œuvre dans la classe	2h15

1^{ère} thématique : LA PROPORTIONNALITÉ

- Le savoir
- Aspects didactiques
- Aspects pédagogiques



Le savoir

Dans le livre de recettes de cuisine de Corentin, on donne la recette pour faire 15 crêpes ou 25 crêpes :

Pour 15 crêpes
300 g de farine
3 œufs
75 cl de lait
3 cuillères à soupe d'huile

Pour 25 crêpes
500 g de farine
5 œufs
125 cl de lait
5 cuillères à soupe d'huile

← Une grandeur

← Une autre grandeur

Une définition :

Maths Monde cycle 4

Deux grandeurs sont dites proportionnelles si l'on peut passer de l'une à l'autre en multipliant par un même nombre non nul.

Ce nombre s'appelle coefficient de proportionnalité.

Grille d'analyse d'un problème de proportionnalité

L'énoncé

L'énoncé est écrit	L'énoncé est oral	L'énoncé est illustré	
La manipulation est possible	La manipulation n'est pas prévue		
Le contexte est abstrait	La réalité évoquée est familière	La réalité évoquée est méconnue	
La situation réelle en jeu est de "proportionnalité stricte"	La situation réelle en jeu est de "proportionnalité adaptable"	La situation réelle en jeu est de "proportionnalité partielle"	
L'énoncé présente des implicites	L'énoncé ne présente aucun implicite		
Les données numériques sont en chiffres		Certaines données numériques sont en lettres	
Le problème se situe dans le cadre des grandeurs	Le problème se situe dans le cadre numérique	Le problème se situe dans le cadre graphique	Cadre fonctionnel (tableau)
Quatrième proportionnelle	Comparaison de proportions	Vitesse constante	Pourcentage
Echelle			

Les grandeurs en jeu

Les grandeurs en jeu sont facilement identifiables		Les grandeurs en jeu ne sont pas facilement identifiables	
Les grandeurs en jeu sont connues	Les grandeurs en jeu sont méconnues		
Il n'y a que deux grandeurs en jeu	Il y a plus de deux grandeurs en jeu		
Les grandeurs en jeu sont de même nature et ont la même unité	Les grandeurs en jeu sont de même nature mais les unités sont différentes	Les grandeurs en jeu ne sont pas de même nature	

Les valeurs numériques

Toutes les valeurs numériques de l'énoncé sont entières	Certaines valeurs de l'énoncé sont décimales	Certaines valeurs de l'énoncé sont rationnelles	Certaines valeurs de l'énoncé sont irrationnelles
Les rapports internes sont entiers et facilement identifiables	Les rapports internes sont entiers et difficilement identifiables	Les rapports internes ne sont pas entiers mais ils sont facilement identifiables	Les rapports internes ne sont pas entiers et ils sont difficilement identifiables
Le rapport externe est entier et facilement identifiable	Le rapport externe est entier et difficilement identifiable	Le rapport externe n'est pas entier mais il est facilement identifiable	Le rapport externe n'est pas entier et il est difficilement identifiable
La valeur pour 1 est donnée	La valeur pour 1 n'est pas donnée	La valeur pour 1 est entière	La valeur pour 1 n'est pas entière
Le coefficient de proportionnalité est donné	Le coefficient de proportionnalité n'est pas donné	Le coefficient de proportionnalité est entier	Le coefficient de proportionnalité n'est pas entier

Les procédures envisagées

Une procédure basée sur la linéarité additive est attendue	Une procédure basée sur la linéarité additive est difficile à produire
Une procédure basée sur la linéarité multiplicative est attendue	Une procédure basée sur la linéarité multiplicative est difficile à produire
Une procédure basée sur la linéarité mixte est attendue	Une procédure basée sur la linéarité mixte est difficile à produire
Une procédure basée sur le retour à l'unité est attendue	Une procédure basée sur le retour à l'unité est difficile à produire
Une procédure basée sur le coefficient de proportionnalité est attendue	Une procédure basée sur le coefficient de proportionnalité est difficile à produire

Le savoir

Grille d'analyse d'Arnaud Simard

4 axes :

- l'énoncé
- les grandeurs en jeu
- les valeurs numériques
- les procédures envisagées

Le savoir

Énoncé écrit

Dans le livre de recettes de cuisine de Corentin, on donne la recette pour faire 15 crêpes ou 25 crêpes :

Manipulation non prévue

Réalité évoquée familière

Proportionnalité stricte (farine, lait)

Proportionnalité adaptable (œufs, huile)

Présence d'implicites

Pour 15 crêpes

300 g de farine
3 œufs
75 cl de lait
3 cuillères à soupe d'huile

Pour 25 crêpes

500 g de farine
5 œufs
125 cl de lait
5 cuillères à soupe d'huile

← Une grandeur

← Une autre grandeur

Une définition :

Maths Monde cycle 4

Deux grandeurs sont dites proportionnelles si l'on peut passer de l'une à l'autre en multipliant par un même nombre non nul.
Ce nombre s'appelle coefficient de proportionnalité.

Le savoir

Dans le livre de recettes de cuisine de Corentin, on donne la recette pour faire 15 crêpes ou 25 crêpes :

Pour 15 crêpes

300 g de farine
3 œufs
75 cl de lait
3 cuillères à soupe d'huile

Pour 25 crêpes

500 g de farine
5 œufs
125 cl de lait
5 cuillères à soupe d'huile

Mais Corentin veut faire 10 crêpes seulement.

Quelle est la quantité d'ingrédients nécessaires pour faire 10 crêpes ?

1^{ère} thématique :

LA PROPORTIONNALITÉ

- **Le savoir**
- Aspects didactiques
- Aspects pédagogiques

1^{ère} thématique :

LA PROPORTIONNALITÉ

- Le savoir

- La diversité des procédures

- Aspects didactiques

- Aspects pédagogiques

La diversité des procédures

Situation mathématique

$$15 \rightarrow 300$$

$$25 \rightarrow 500$$

$$10 \rightarrow ?$$

Le produit en croix :

$$\text{masse de farine pour 10 crêpes} = \frac{10 \times 500}{25}$$

Le retour à l'unité :

Je calcule la masse de farine nécessaire pour une crêpe, puis je multiplie par le nombre de crêpes.

$$500 \div 25 = 20 \text{ g} \quad \text{puis} \quad 20 \times 10 = 200 \text{ g}$$

Le passage par le coefficient de proportionnalité :

Je divise la masse de farine pour 25 crêpes par le nombre de crêpes correspondant (25), cela me donne le coefficient de proportionnalité.

Puis j'utilise le coefficient de proportionnalité pour passer d'une grandeur à l'autre, quelque soit le nombre de crêpes.

Les linéarités :

$$\text{Comme } 10 \text{ crêpes} = 25 - 15 \quad \text{alors} \quad \text{masse pour 10 crêpes} = 500 - 300$$

Même opération mathématique pour passer d'une grandeur à l'autre (rapport externe), mais pas la même logique

On reste dans la grandeur « masse de farine » : rapport interne

La diversité des procédures

Pas de procédure particulière, pas de procédure experte attendue, mais des procédures efficaces.

Représentations de ces procédures :

- Les nombres
- Les schémas (registre symbolique)
- Les dessins (registre figuré)

Pour travailler cette diversité des procédures, on ne donnera pas de « tableau de proportionnalité » à nos élèves de CM1-CM2. Ainsi, cela les amènera :

- À expliciter leurs procédures
- À utiliser d'autres procédures que le coefficient de proportionnalité
- À ne pas associer automatiquement « proportionnalité » avec « tableau de proportionnalité »

2 En vacances, Ryan achète des cartes postales vendues 3 € les deux cartes. **Complète** les tableaux.

a

Cartes postales	2	4	16
Prix en €	3

Diagram annotations: $\times 2$ (from 2 to 4), $\times 4$ (from 4 to 16), $\times \dots$ (from 16 to 4), $\times \dots$ (from 16 to 2).

b

Cartes postales	2	10	12
Prix en €	3

Pour comprendre les maths CM2

Au rythme des maths CM2

12 ****** Une voiture consomme 6 L d'essence pour faire 100 km : on dit qu'elle consomme « 6 litres aux 100 ».

a. Reproduis et complète le tableau suivant.

Nombre de kilomètres	100	50	150	300
Litres d'essence	6			

Diagram annotations: $\div 2$ (from 100 to 50), $\times 2$ (from 50 to 150), $\times 2$ (from 150 to 300), $+$ (above 100).

b. Combien cette voiture peut-elle faire de kilomètres avec 12 L d'essence? 18 L?

Des contre-exemples

1^{ère} thématique :

LA PROPORTIONNALITÉ

- Le savoir

- La diversité des procédures

- Aspects didactiques

- Aspects pédagogiques

1^{ère} thématique :

LA PROPORTIONNALITÉ

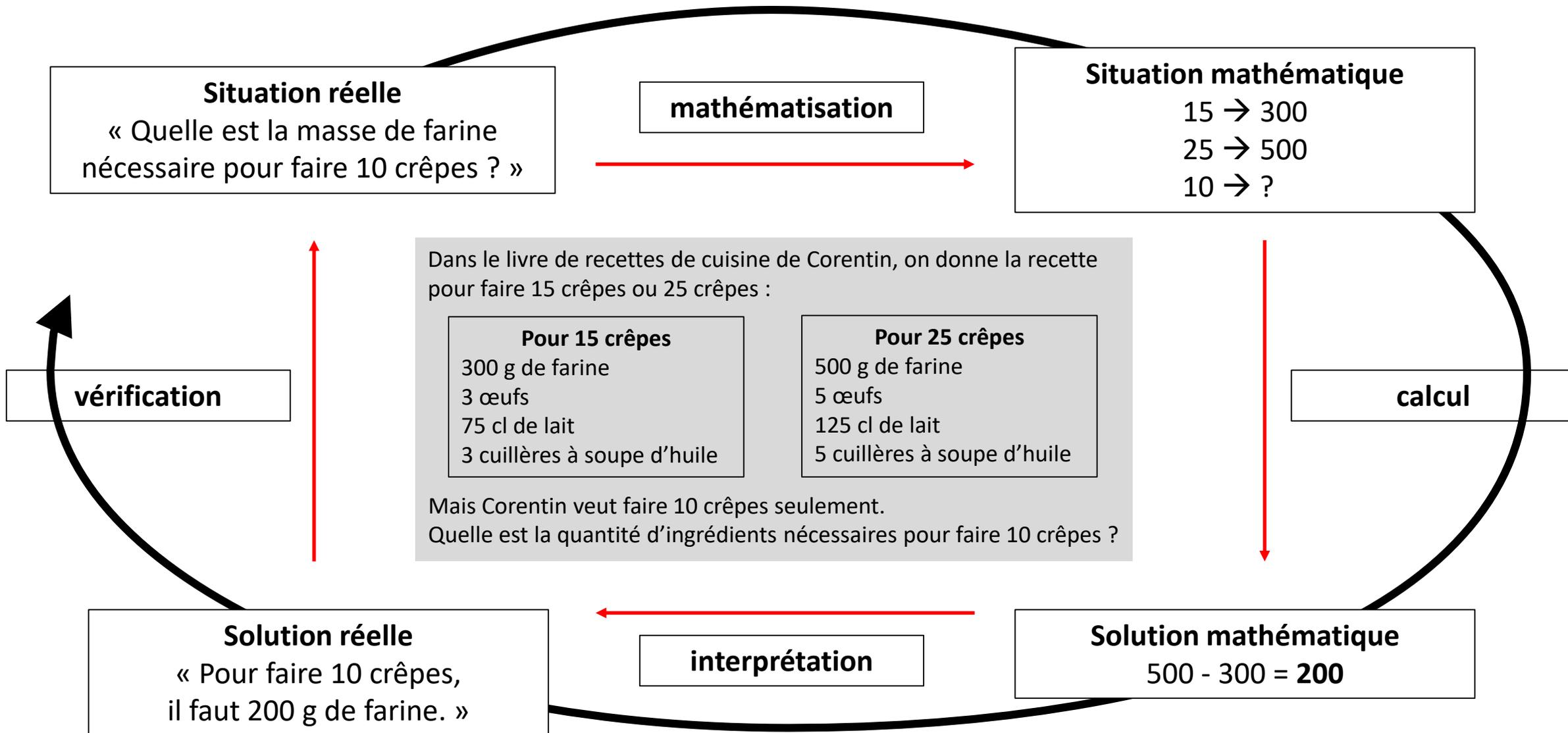
- Le savoir

- La diversité des procédures
- La modélisation

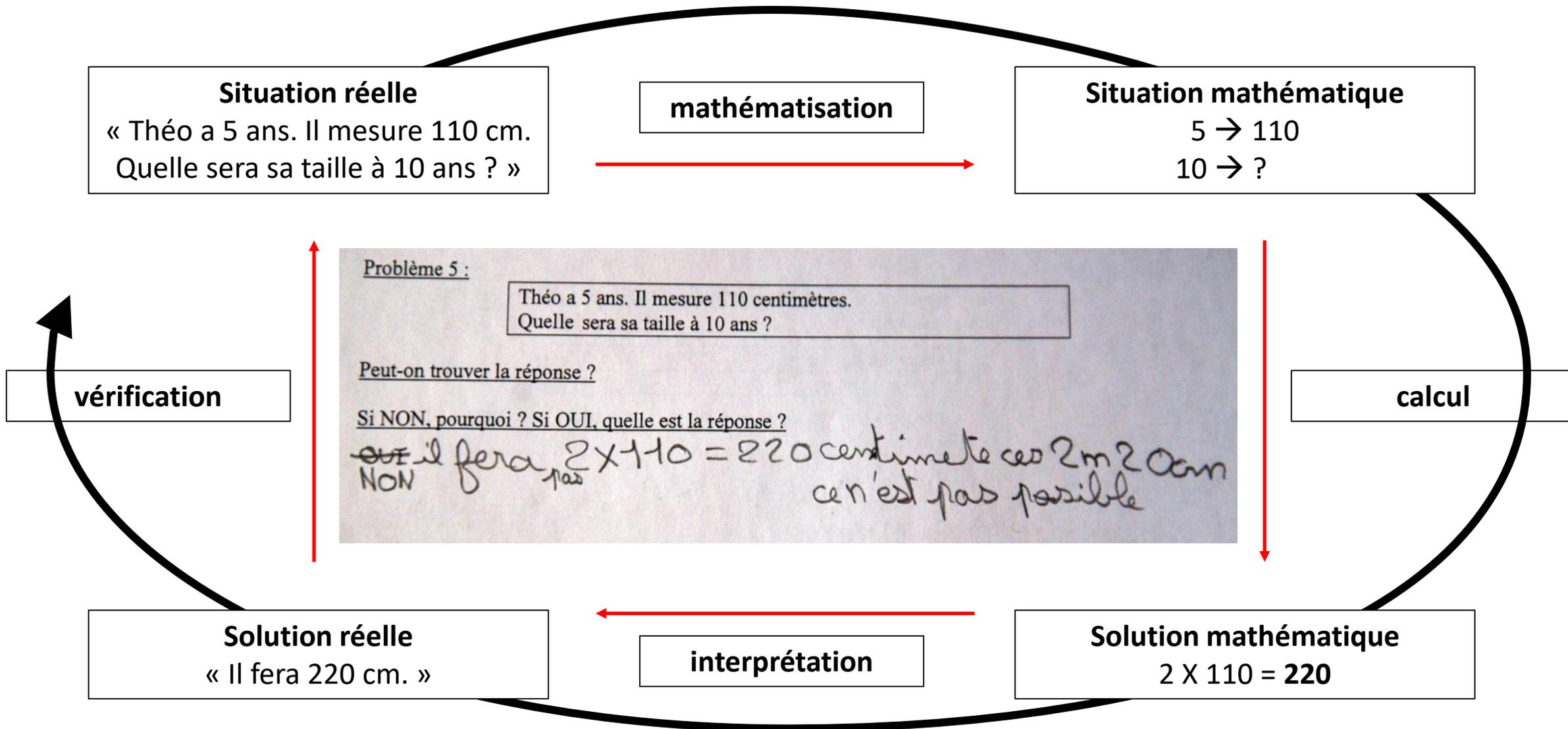
- Aspects didactiques

- Aspects pédagogiques

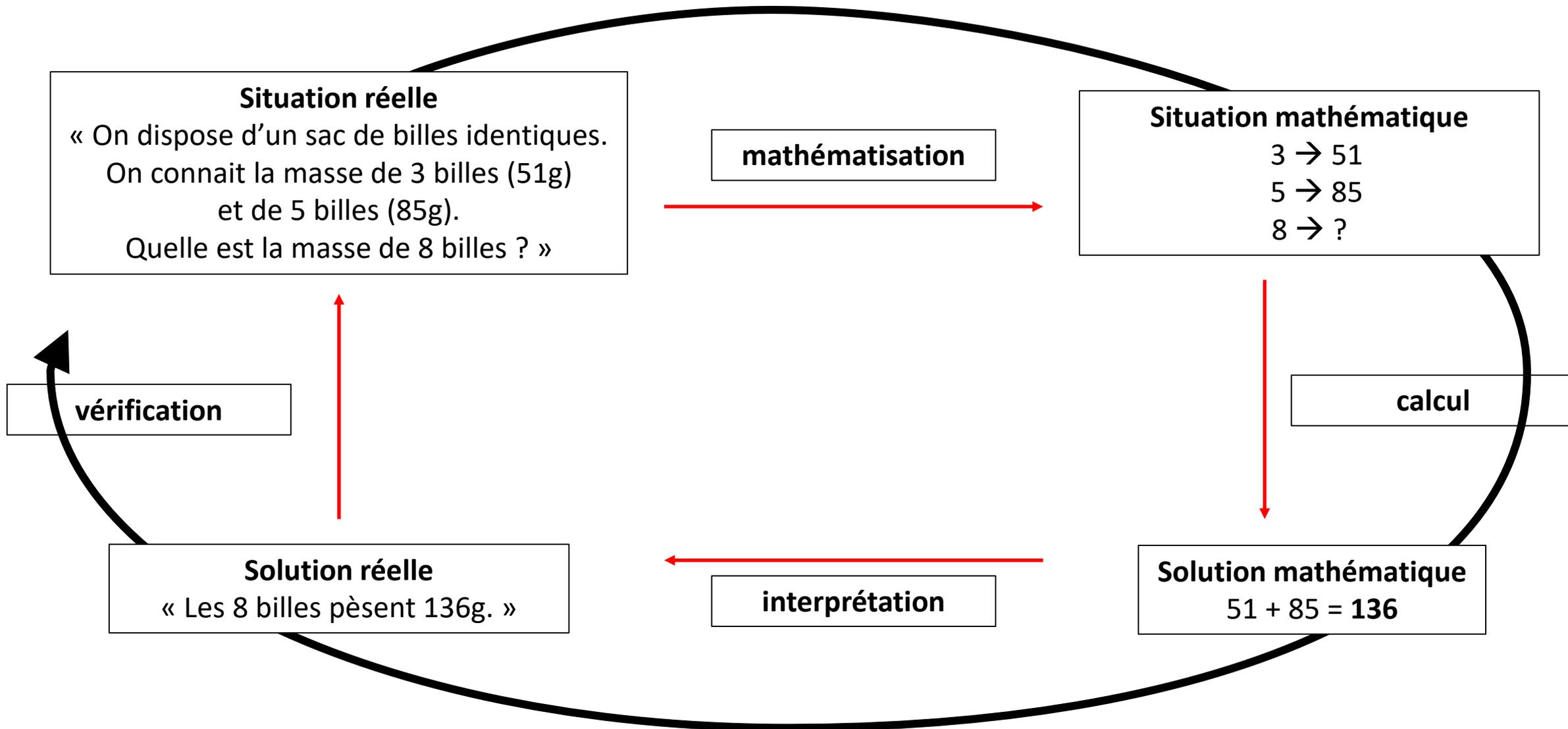
La modélisation



La modélisation



La modélisation



1^{ère} thématique :

LA PROPORTIONNALITÉ

- Le savoir

- La diversité des procédures
- La modélisation

- Aspects didactiques

- Aspects pédagogiques

1^{ère} thématique :

LA PROPORTIONNALITÉ

- Le savoir

- La diversité des procédures
- La modélisation
- La progressivité

- Aspects didactiques

- Aspects pédagogiques

Progressivité sur le cycle 3

On dispose d'un sac de billes identiques.
On connaît la masse de 3 billes (51g) et de 5 billes (85g).

Début CM1

Linéarité additive et soustractive

Quelle est la masse de 8 billes ?
de 2 billes ?

« La masse de 8 billes, c'est
la masse de 3 billes + la
masse de 5 billes. »

« La masse de 2 billes, c'est
la masse de 5 billes
- la masse de 3 billes. »

Fin CM1

**Linéarité additive
Linéarité soustractive
et
Linéarité multiplicative
(double)
Linéarité mixte**

Quelle est la masse de
6 billes ?
de 10 billes ?
de 13 billes ?
de 7 billes ?

« Si 5 billes pèsent 85g, alors 10
billes pèsent 2 X plus. »

« La masse de 13 billes,
c'est 2 X la masse de 5 billes
+ la masse de 3 billes. »

Progressivité sur le cycle 3

On dispose d'un sac de billes identiques.
On connaît la masse de 3 billes (51g) et de 5 billes (85g).

Début CM2

« Si 5 billes pèsent 85g, alors
500 billes pèsent 100 X
plus. »

Linéarité additive
Linéarité soustractive
Linéarité multiplicative
Linéarité mixte
et
Linéarité de division

Quelle est la masse de
21 billes ?
de 28 billes ?
de 500 billes ?
de 250 billes ?
de 125 billes ?

« Si 500 billes pèsent
8500g, alors 250 billes
pèsent 2 X moins, donc je
divise la masse par deux. »

Fin CM2

Linéarités
et
Passage à l'unité

Quelle est la masse de
20 billes ?
de 21 billes ?
de 1 bille ?
de 87 billes ?

« La masse de 20 billes, c'est
4 X la masse de 5 billes. »

« Si 3 billes pèsent 51g, alors
21 billes pèsent 7 X plus. »

« La masse d'une bille, c'est la
masse de 21 billes - la masse de
20 billes. »

« Si 1 bille pèse 17g, alors 87
billes pèsent 87 X plus. »

Progressivité sur le cycle 3

On dispose d'un sac de billes identiques.
On connaît la masse de 3 billes (51g) et de 5 billes (85g).

Début 6^{ème}

Linéarités
Passage à l'unité
et
Coefficient de
proportionnalité

À l'aide du tableur,
donner la masse de
tous les paquets de
moins de 180 billes.

	A	B
1	nombre de billes	masse totale
2	1	17
3	2	34
4	3	51
5	4	68
6	5	85
7	6	102
8	7	119
9	8	136
10	9	153
11	10	170

Progressivité sur le cycle 3

On dispose d'un sac de billes identiques.
On connaît la masse de 3 billes (51g) et de 5 billes (85g).

Début 6^{ème}

Linéarités
Passage à l'unité
et
Coefficient de
proportionnalité

À l'aide du tableur,
donner la masse de
tous les paquets de
moins de 180 billes.

	A	B
1	nombre de billes	masse totale
2	1	17
3	2	34
4	3	51
5	4	68
6	5	85
7	6	102
8	7	119
9	8	136
10	9	153
11	10	170

Progressivité sur le cycle 3

On dispose d'un sac de billes identiques.
On connaît la masse de 3 billes (51g) et de 5 billes (85g).

Début 6^{ème}

Linéarités
Passage à l'unité
et
Coefficient de proportionnalité

À l'aide du tableur, donner la masse de tous les paquets de moins de 180 billes.

	A	B
1	nombre de billes	masse totale
2	1	17
3	2	34
4	3	51
5	4	68
6	5	85
7	6	102
8	7	119
9	8	136
10	9	153
11	10	170

Fin 6^{ème}

Linéarités
Passage à l'unité
Coefficient de proportionnalité
et
Tableau de proportionnalité

Résumer sous forme de tableau la situation de la masse des billes en sachant faire apparaitre les opérations de linéarité et le coefficient de proportionnalité.

nombre de billes	3	5	10	13
masse totale	51 g	85 g		

Progressivité sur le cycle 3

On dispose d'un sac de billes identiques.
On connaît la masse de 3 billes (51g) et de 5 billes (85g).

Début 6^{ème}

Linéarités
Passage à l'unité
et
Coefficient de
proportionnalité

À l'aide du tableur, donner la masse de tous les paquets de moins de 180 billes.

	nombre de billes	3	5	10	13
	masse totale	51 g	85 g		

8	7	119
9	8	136
10	9	153
11	10	170

Résumer sous forme de tableau la situation de la masse des billes en sachant faire apparaître les opérations de linéarité et le coefficient de proportionnalité.

de billes	3	5	10	13
totale	51 g	85 g		

Progressivité sur le cycle 3

On dispose d'un sac de billes identiques.
On connaît la masse de 3 billes (51g) et de 5 billes (85g).

Début 6^{ème}

Linéarités
Passage à l'unité
et
Coefficient de proportionnalité

À l'aide du tableur, donner la masse de tous les paquets de moins de 180 billes.

	A	B
1	nombre de billes	masse totale
2	1	17
3	2	34
4	3	51
5	4	68
6	5	85
7	6	102
8	7	119
9	8	136
10	9	153
11	10	170

Fin 6^{ème}

Linéarités
Passage à l'unité
Coefficient de proportionnalité
et
Tableau de proportionnalité

Résumer sous forme de tableau la situation de la masse des billes en sachant faire apparaitre les opérations de linéarité et le coefficient de proportionnalité.

nombre de billes	3	5	10	13
masse totale	51 g	85 g		

1^{ère} thématique : LA PROPORTIONNALITÉ

- **Le savoir**
- Aspects didactiques
- Aspects pédagogiques

1^{ère} thématique :

LA PROPORTIONNALITÉ

- Le savoir
- Aspects didactiques
- Aspects pédagogiques

1^{ère} thématique : LA PROPORTIONNALITÉ

- Le savoir
- **Aspects didactiques**
- Aspects pédagogiques

Aspects didactiques

Analyse de procédures élèves

Dans la recette du poulet au citron, il faut 2 citrons pour 5 personnes.
Combien faut-il de citrons pour 20 personnes ?

N°1

Si NON, pourquoi ? Si OUI, quelle est la réponse ?

$$\begin{array}{r} \times 2 \\ 4 \\ \hline 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times 5 \\ 4 \\ \hline 20 \end{array}$$

2 citrons pour 5 personnes
4 citrons pour 10 personnes
6 citrons pour 15 personnes
8 citrons pour 20 personnes

il faut 8 oeufs pour 20 personnes

Linéarité additive puis
multiplicative

N°2

Il faut 22 citrons pour
20 personnes.

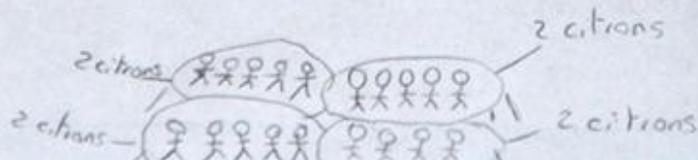
$$\begin{array}{r} \times 20 \\ 2 \\ \hline 2 \quad 2 \end{array}$$

Mélange dans les
grandeurs en jeu

N°7

Si NON, pourquoi ? Si OUI, quelle est la réponse ? Il faut 8 citrons pour 20 personnes.

j'ai fait 4 tables de 5 personnes et j'ai ajouter 2 citrons à une table. Puis j'ai additionner le nombre de citrons.

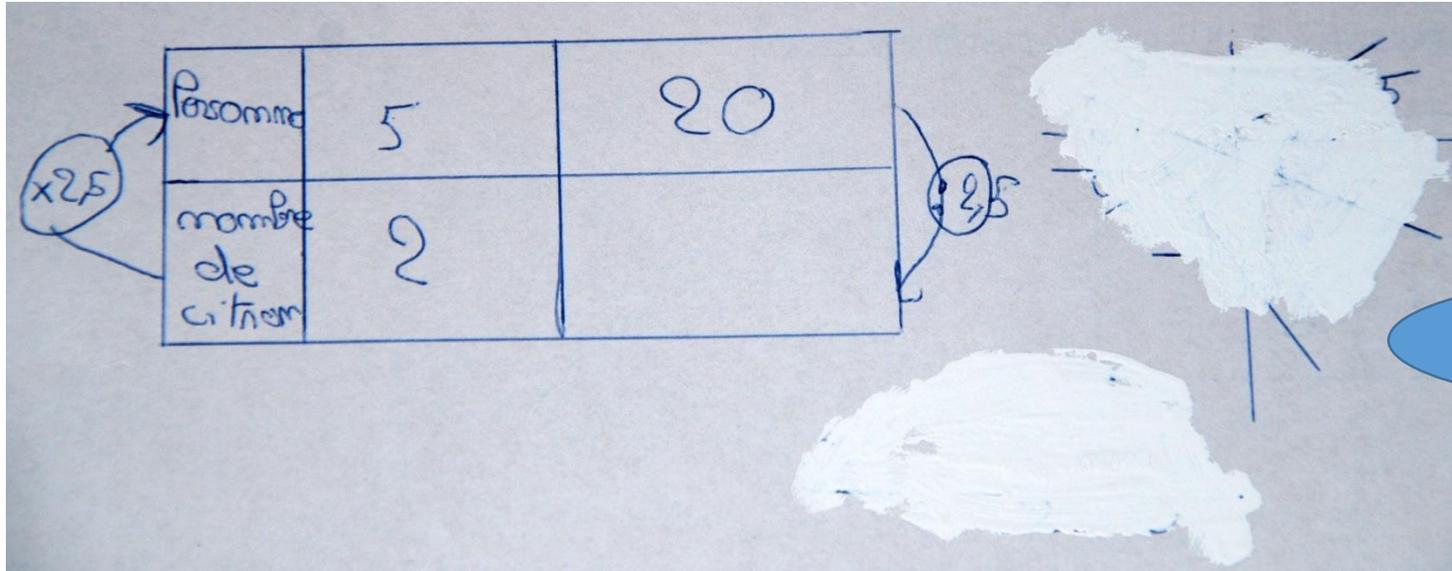


Dessin puis
linéarité additive

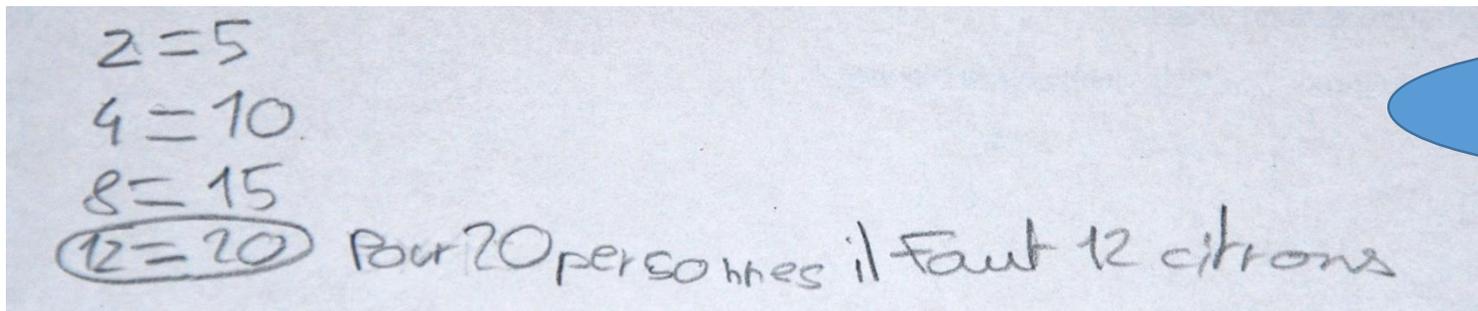
Aspects didactiques

Erreurs classiques

Dans la recette du poulet au citron, il faut 2 citrons pour 5 personnes.
Combien faut-il de citrons pour 20 personnes ?



Choix d'une procédure peu adaptée



Mauvaise utilisation du signe « = »

Aspects didactiques

Productions de 7 élèves à analyser dans la suite de la formation :

- Quelles procédures ?
- Quelles compétences semblent acquises ?
- Quelle(s) erreur(s) ?
- Comment faire évoluer les procédures ?
- Comment passer des traces élèves aux écrits institutionnels ?
- Quelle synthèse dans la classe ?

1^{ère} thématique : LA PROPORTIONNALITÉ

- Le savoir
- **Aspects didactiques**
- Aspects pédagogiques

1^{ère} thématique :

LA PROPORTIONNALITÉ

- Le savoir
- Aspects didactiques
- Aspects pédagogiques

1^{ère} thématique : LA PROPORTIONNALITÉ

- Le savoir
- Aspects didactiques
- **Aspects pédagogiques**

Aspects pédagogiques

3 objets identiques pèsent ensemble 7 kg.

CM1

Combien pèsent ensemble 30 de ces objets ?

CM2

Combien pèsent ensemble 60 de ces objets ?

Temps court
« activité flash »

Temps court/long
« manuels »

Suite de la formation

- Quelle place pour chacune de ces modalités de travail ?
- Quelle régularité au cours de l'année scolaire ?
- Quel intérêt de chaque modalité de travail ?

Une entreprise fabrique des vis. Avant de les mettre dans une boîte une machine vérifie qu'il y a le bon nombre de vis en les pesant, pour un paquet de 80 vis la machine a été réglée pour vérifier que la masse est bien 280 g.

Une autre machine fait des paquets des mêmes vis, mais de 30 vis seulement.

Quelle masse faut-il régler sur cette autre machine pour s'assurer qu'il y ait bien 30 vis ?

Temps long
« résolution de problème »

Temps long
« documents ressources »

Temps long
« problème à prise d'initiatives »

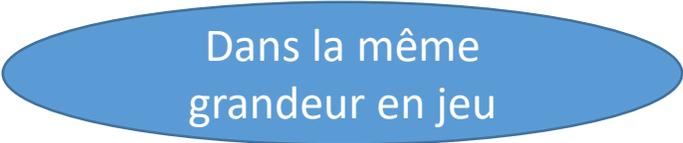
Quelle est la taille du géant ?



Aspects pédagogiques

Au niveau des gestes professionnels **DANS LA PHASE DE PLANIFICATION À LONG TERME** :

- Ne pas donner de tableaux avant d'avoir installé des raisonnements oralisés stables (si j'ai deux fois plus de...)
- Varier les types d'énoncés
 - Rapports internes simples (linéarités faciles à repérer)
 - Rapports externes simples (retour à l'unité facile)
- Amener les élèves à pratiquer et maîtriser plusieurs procédures, passer de l'une à l'autre en fonction des situations



Dans la même
grandeur en jeu



Dans les deux
grandeurs différentes

Aspects pédagogiques

Au niveau des gestes professionnels **DANS LA PHASE DE PRÉPARATION** :

- Interroger les énoncés en se demandant quelles procédures ils privilégient
- Lister les implicites : en lever certains, en laisser d'autres...
 - Les crêpes sont toutes de même taille (masse)
 - Le prix est proportionnel au poids
 - Le deuxième couple de données relève du même modèle que le premier
- Envisager la différenciation
 - En jouant sur l'explicitation, sur les procédures induites...
 - En ajoutant un troisième couple de données

Aspects pédagogiques

Au niveau des gestes professionnels **LORS DE LA MISE EN ŒUVRE** :

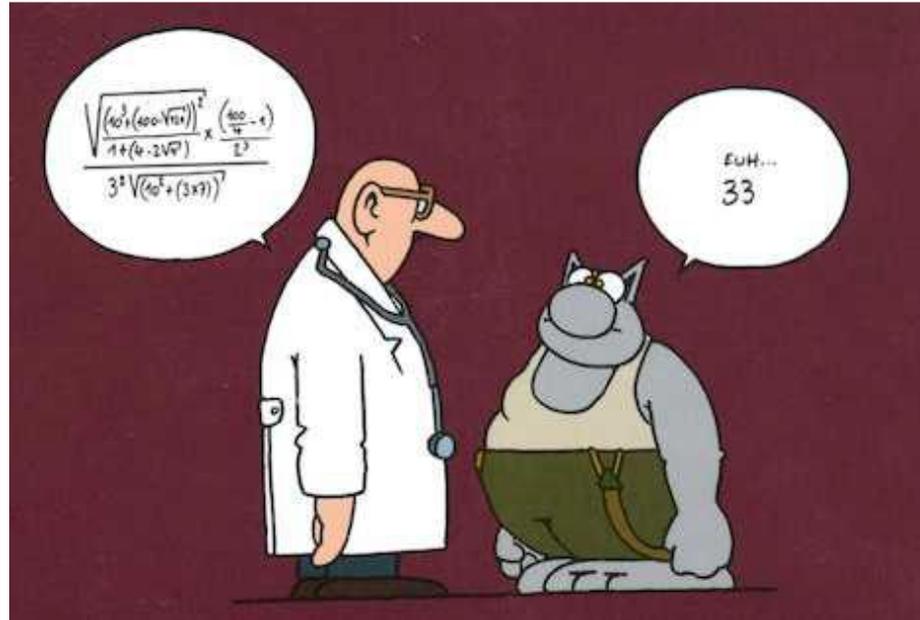
- Relever la diversité des procédures
- Réajuster, si nécessaire, en introduisant un troisième couple de données
- Faire expliciter les procédures
 - Faire oraliser les procédures, les clarifier, pour faire expliciter le raisonnement
 - Utiliser le raisonnement par l'absurde dans le cas de situations non proportionnelles (augmentation de la taille, du nombre de dents...)
- Comparer les procédures
 - Pour aller vers les plus efficaces (et pas forcément celles considérées comme expertes) mais sans mettre de côté celles, moins efficaces, qui permettent quand même d'arriver au résultat
 - C'est la comparaison des procédures qui va permettre à l'élève de voir ce qui lui semble être le mieux

Aspects pédagogiques

Rappel de **QUELQUES PRINCIPES** :

- Notion à développer sur le long terme (cycle 2 – cycle 3 – cycle 4)
- Progressivité dans les procédures attendues (linéarité puis passage à l'unité puis coefficient de proportionnalité)
- Faire oraliser les élèves (explicitation des procédures, raisonnement)
- Jouer sur les variables « numériques » (taille des nombres / rapport interne / rapport externe / nature des nombres)
- Multiplier les contextes
 - vie courante, problèmes « concrets », impliquer les élèves (vie de tous les jours)
 - interdisciplinarité
 - problèmes mathématiques
- Confronter proportionnalité, non proportionnalité et proportionnalité « partielle »

2ème thématique: Le calcul



D'après Ollivier Hunault,

Inspecteur Général de l'Education Nationale

Denis Butlen

Enseignant-chercheur en didactique des mathématiques, ESPE de Versailles

Le calcul
mental

Le calcul
posé

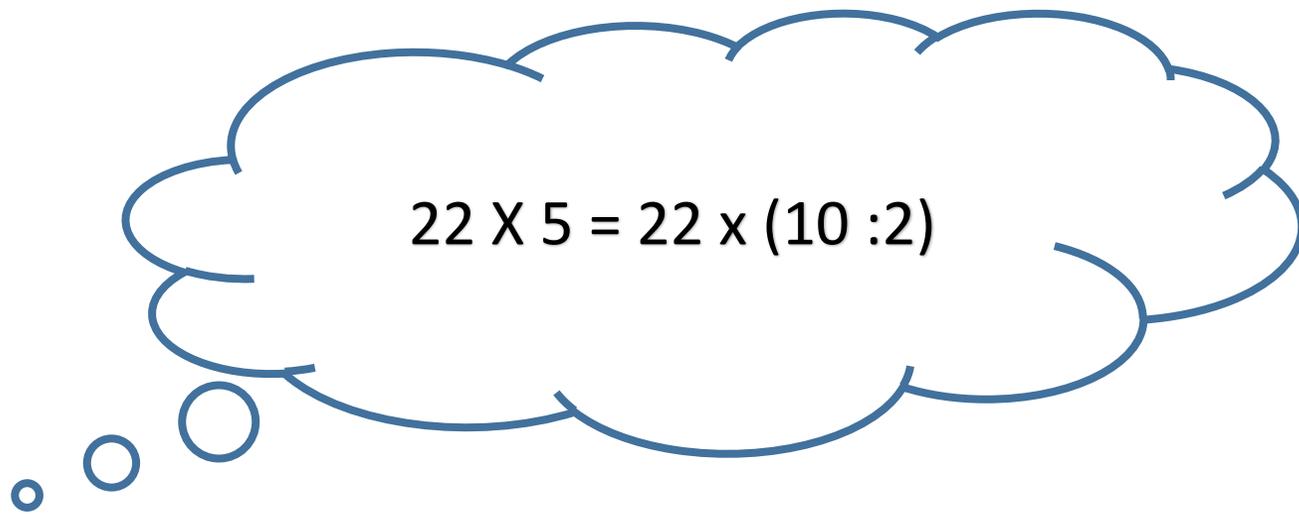
Le calcul

Le calcul en
ligne

Le calcul
instrumenté

le calcul mental

- Modalité de calcul **sans recours à l'écrit**
- Le calcul mental utilise les **propriétés des nombres**



$22 \times 5 = 22 \times (10 : 2)$

Technique de la multiplication posée

Calque les chiffres (unités, dizaines, centaines...) entre eux. Je mets un seul chiffre par carreau.

$329 \times 5 \rightarrow 1645$

$329 \times 20 \rightarrow 6580$

Je place les retenues ici et je les barre au fur et à mesure.

$$329 \times 25 = 8225$$

Le calcul posé

Modalité de calcul écrit consistant à l'application d'un **algorithme opératoire**
Utilise **les chiffres**

Modalité de calcul écrit ou partiellement écrit.

Il se distingue à la fois :

- du calcul posé

$$25 \times 12 = 25 \times 10 + 25 \times 2$$

- du calcul mental

(forme d'étayage)

Le calcul en
ligne

Calcul effectué à l'aide d'un ou plusieurs **instruments, appareils, ou logiciels** (abaque, boulier, calculatrice, tableur, etc.).

Le calcul
instrumenté

Le calcul mental

- Un outil au service des maths
- Passer de l'implicite à l'explicite

- Ne pas viser le résultat mais des procédures
- Explorer, manipuler, jouer...

Des procédures qui ne se valent pas

- Des procédures diverses que l'on peut hiérarchiser en terme d'efficacité
- Une mobilisation:
 - > qui dépend de la disponibilité des **connaissances numériques** des élèves
 - > qui est le résultat d'un compromis entre la qualité des connaissances mobilisées et **le coût en calcul** et en mémoire

UN EXEMPLE DE CALCUL MENTAL

$$32 \times 25$$

La simulation du calcul posé

- Calcul de la multiplication « posée dans la tête » (l'algorithme écrit)

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 25 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 32 \\ \hline \end{array}$$

Les procédures mobilisant des décompositions additives

- distributivité « simple » de la multiplication sur l'addition

$$32 \times 25 = 32 \times 20 + 32 \times 5 = 640 + 160 = 800$$

$$25 \times 32 = 25 \times 30 + 25 \times 2 = 750 + 50 = 800$$

- distributivité « complexe » de la multiplication sur l'addition

$$32 \times 25 = (30 + 2) \times (20 + 5)$$

$$32 \times 25 = 30 \times 20 + 30 \times 5 + 2 \times 20 + 2 \times 5$$

$$32 \times 25 = 600 + 150 + 40 + 10 = 800$$

Les procédures mobilisant des décompositions multiplicatives

- Les procédures mobilisant des décompositions multiplicatives

$$32 \times 25 = 32 \times 100 : 4 = 3200 : 4 = 800$$

$$32 \times 25 = 32 \times 100 \times 1/4 = 3200 \times 1/4 = 800$$

$$32 \times 25 = 8 \times 4 \times 25 = 8 \times 100 = 800$$

- Ou bien (plus rarement encore) :

$$32 \times 25 = 32 \times 50/2 = (32 \times 5 \times 10)/2 = 160 \times 10/2 = 1600/2 = 800$$

$$32 \times 25 = 16 \times 50 = 8 \times 100$$

La simulation du calcul posé

- Calcul de la multiplication « posée dans la tête » (l'algorithme écrit)

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 25 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 25 \\ \times 32 \\ \hline \end{array}$$

(A un moment ou à un autre du calcul, le sujet peut être amené à « poser un calcul dans sa tête »)

Connaissances
numériques



Poids des
calculs

Les procédures mobilisant des décompositions additives

- Procédure utilisant la distributivité « simple » de la multiplication sur l'addition

$$32 \times 25 = 32 \times 20 + 32 \times 5 = 640 + 160 = 800$$

$$25 \times 32 = 25 \times 30 + 25 \times 2 = 750 + 50 = 800$$

- Calcul utilisant la distributivité « complexe » de la multiplication sur l'addition

$$32 \times 25 = (30 + 2) \times (20 + 5)$$

$$32 \times 25 = 30 \times 20 + 30 \times 5 + 2 \times 20 + 2 \times 5$$

$$32 \times 25 = 600 + 150 + 40 + 10 = 800$$

Connaissances
numériques



Poids des
calculs

Les procédures mobilisant des décompositions multiplicatives

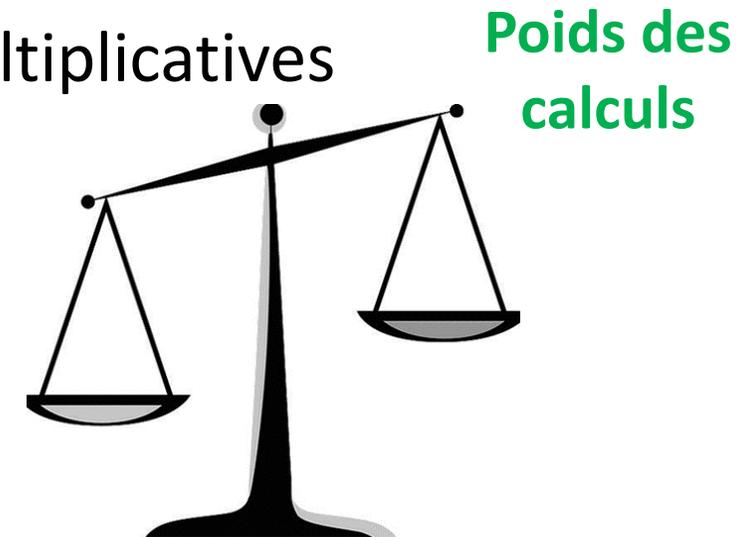
- Les procédures mobilisant des décompositions multiplicatives

$$32 \times 25 = 32 \times 100 : 4 = 3200 : 4 = 800$$

$$32 \times 25 = 32 \times 100 \times 1/4 = 3200 \times 1/4 = 800$$

$$\underline{\underline{32 \times 25 = 8 \times 4 \times 25 = 8 \times 100 = 800}}$$

Connaissances
numériques



- Ou bien (plus rarement encore) :

$$32 \times 25 = 32 \times 50/2 = (32 \times 5 \times 10)/2 = 160 \times 10/2 = 1600/2 = 800$$

$$32 \times 25 = 16 \times 50 = 8 \times 100$$



Connaitre les propriétés
des nombres



**Connaissances
numériques**



Connaitre les
propriétés des calculs

Commutativité

$$5 + 27 = 27 + 5 \quad 6 \times 4 = 4 \times 6$$

Associativité

$$(37 \times 4) \times 25 = 37 \times (4 \times 25)$$

Distributivité

$$12 \times 47 = (10 + 2) \times 47 = 10 \times 47 + 2 \times 47$$

Les faits
numériques



**Poids des
calculs**



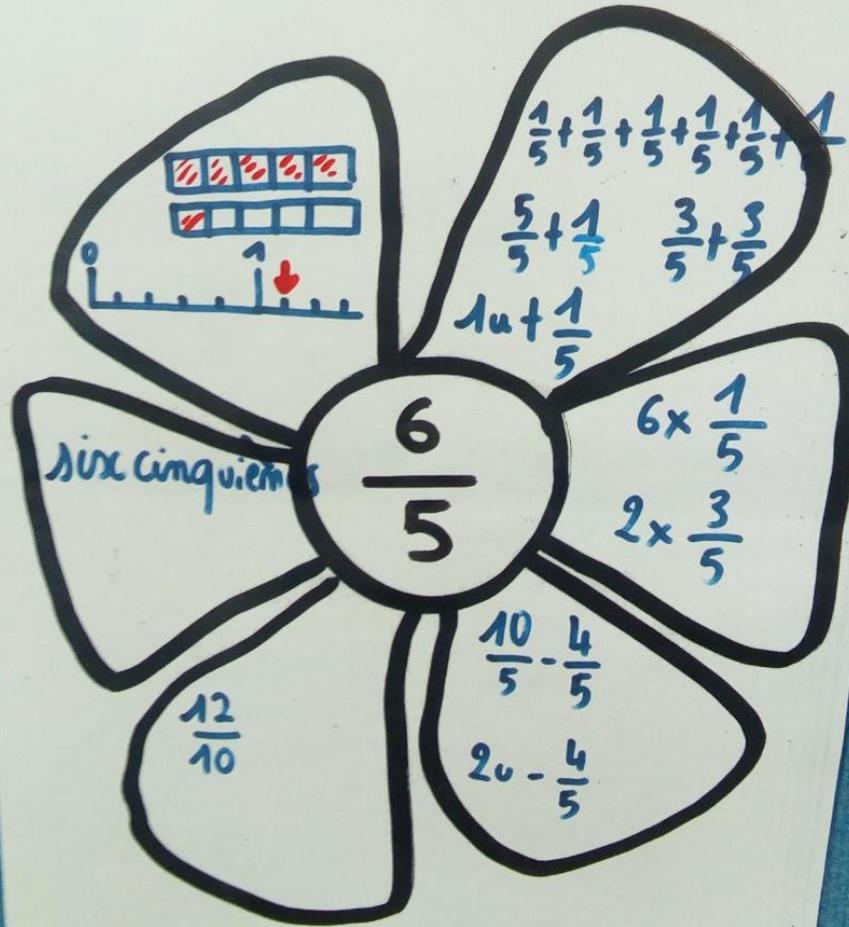
Les procédures



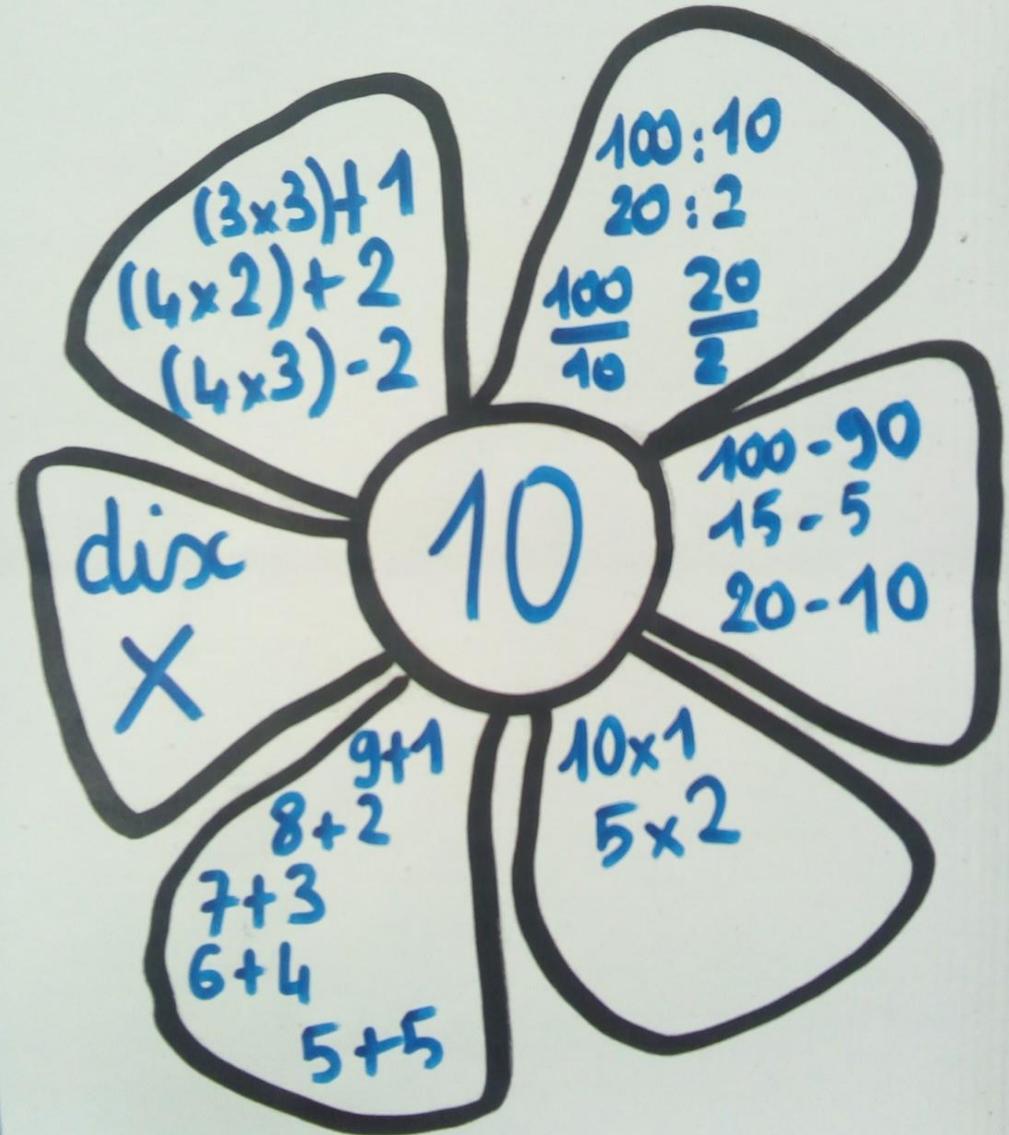
Les doubles



Fleur de $\frac{6}{5}$



Fleur du 10.



Connaitre les propriétés
des nombres

Les faits
numériques

+ 9

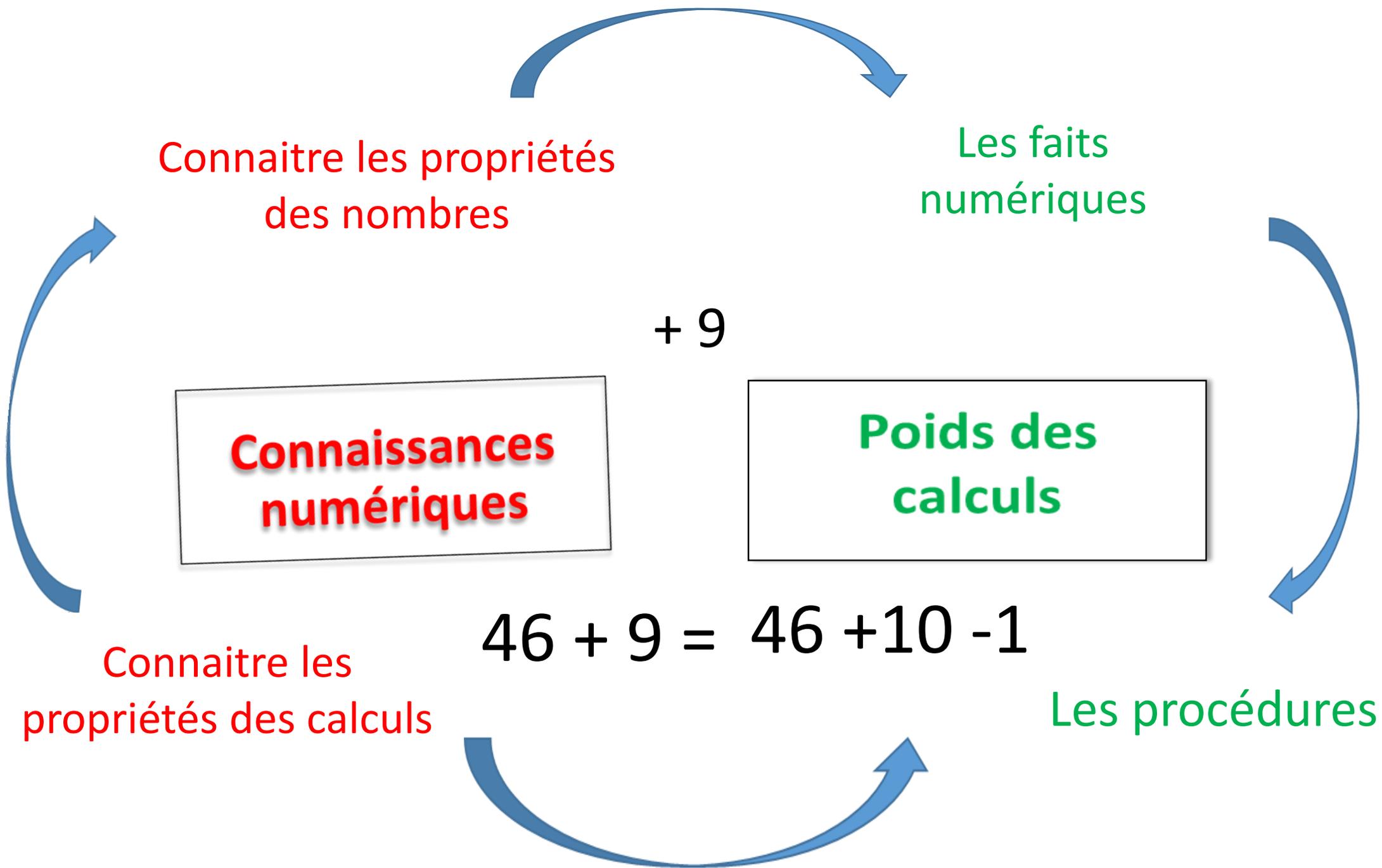
**Connaissances
numériques**

**Poids des
calculs**

Connaitre les
propriétés des calculs

$$46 + 9 = 46 + 10 - 1$$

Les procédures



Connaitre les propriétés
des nombres

Les faits
numériques

+ 9

**Connaissances
numériques**

**Poids des
calculs**

Connaitre les
propriétés des calculs

$$51 + 9 = 51 + 9 = 60$$

Les procédures

Le calcul mental- aspect didactique

- Productions d'élèves

Productions d'élèves de CM2

• Production A

$$4 \times 25 = 100$$

$$8 \times 25 = 200$$

$$24 \times 25 = 600$$

$$32 \times 25 = 800$$

Explique comment tu as procédé pour calculer 32×25 .

Pour 4×25 j'ai fait 4×20 et après 4×5

Pour 8×25 j'ai fait $4 \times 25 \times 2$

Pour 24×25 j'ai fait 20×20 puis 4×5

Pour 32×25 j'ai fait 30×20 et 2×5

Productions d'élèves de CM2

- Production C

$4 \times 25 = 60$

$8 \times 25 = 120$

$24 \times 25 =$

~~1200~~
 ~~400~~

$32 \times 25 = 480$

Explique comment tu as procédé pour calculer 32×25 .

J'ai multiplié par 4 le résultat de 8×25 .

$$32 \times 25$$

- **Oralisation du calcul**

- **Le travail d'estimation**

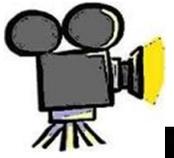
- **Peut-être décliné et adapté aux nombres décimaux :**

$$32 \times 2,5$$

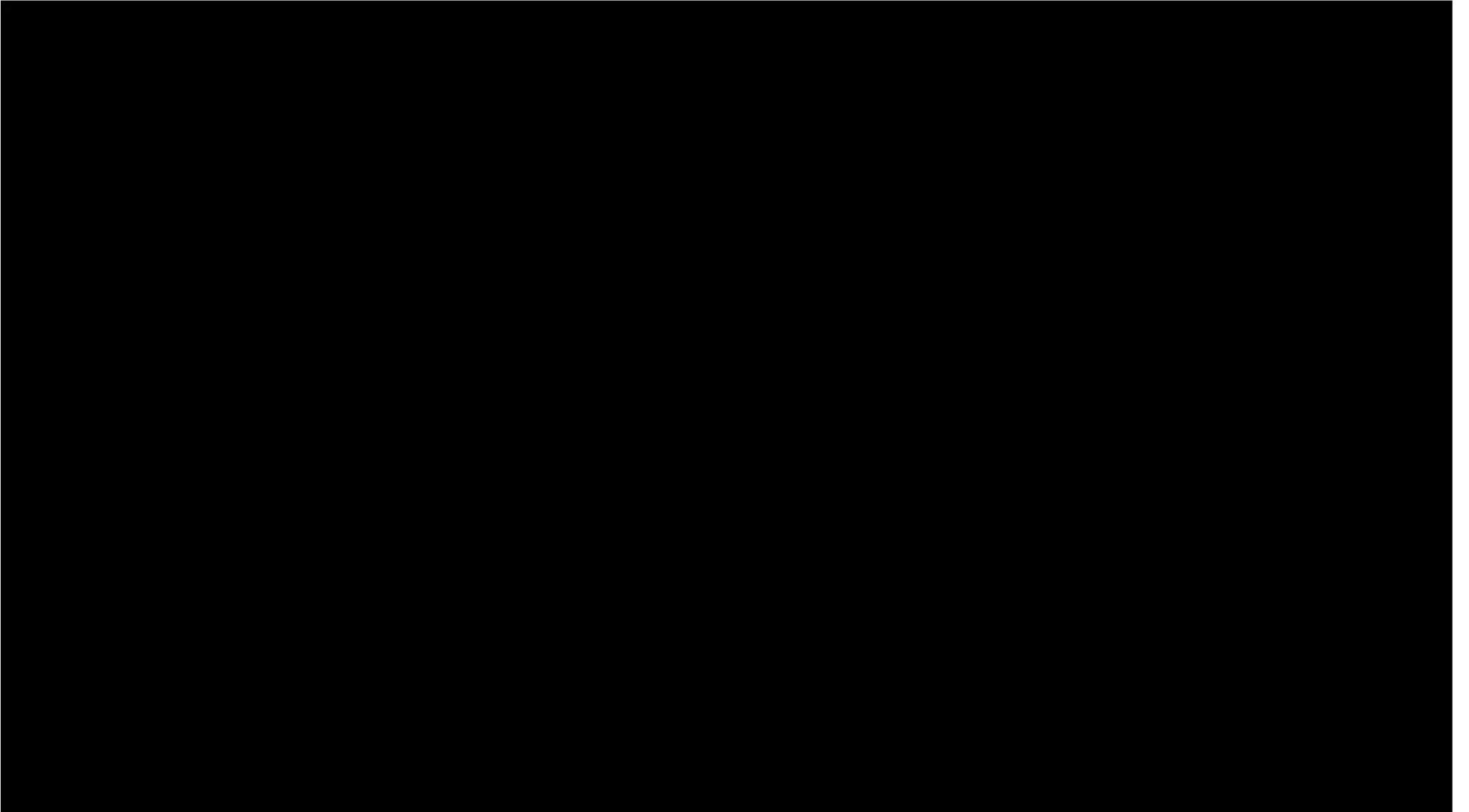
$$3,2 \times 25$$

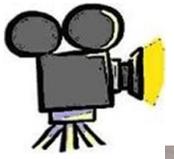
$$3,2 \times 2,5$$

$$32 \times 0,25$$

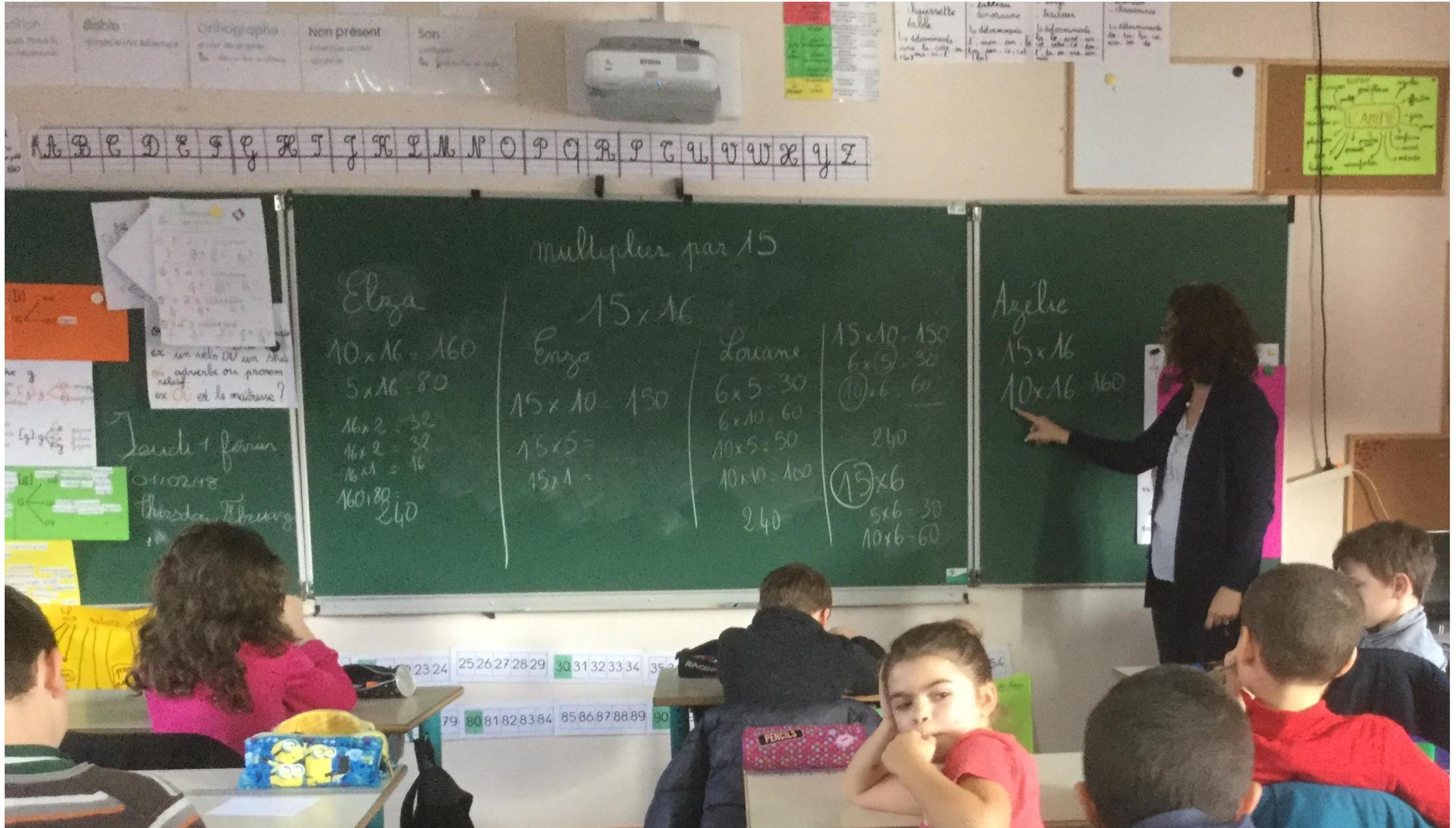


Le calcul mental- aspect pédagogique





Le calcul mental- aspect pédagogique



$$8 \times 25$$

Utiliser des registres variés pour aider les élèves à comprendre et mémoriser les procédures visées

l'associativité

$$8 \times 25 = 2 \times 4 \times 25$$

25

25

25

25

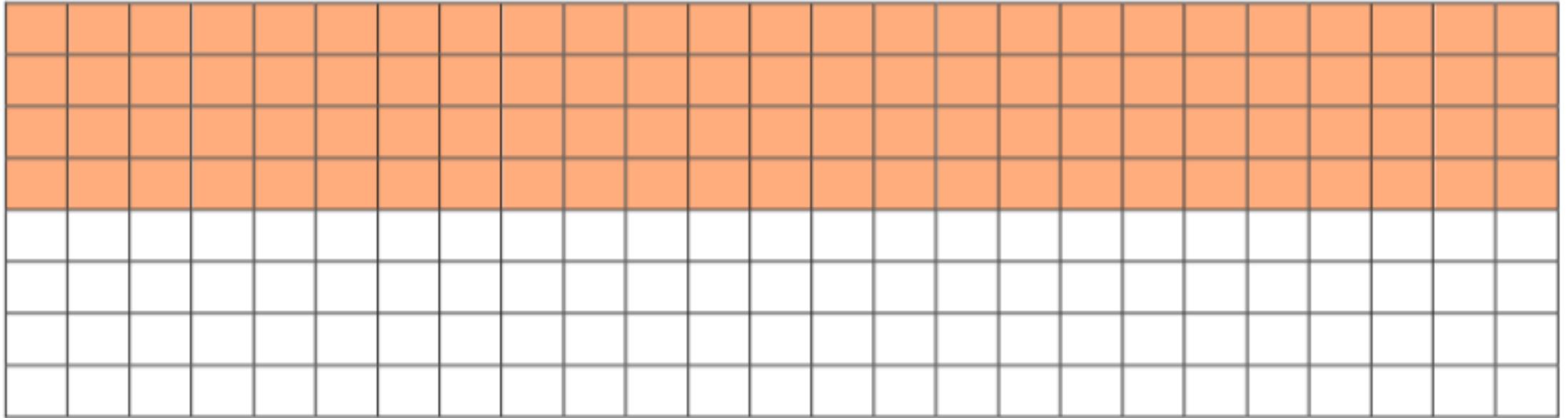
25

25

25

25

8×25 (8 fois 25), c'est 2 fois « 4×25 »



8×25 (8 fois 25)
c'est 2 fois « 4×25 »

$$25 \times 12$$

Utiliser des registres variés pour aider les élèves à comprendre et mémoriser les procédures visées

Ex: la distributivité

**Procédure fondée sur la distributivité
de la multiplication sur l'addition**

$$25 \times 12 = 25 \times (10 + 2) = (25 \times 10) + (25 \times 2)$$

**Procédure fondée sur l'associativité
de la multiplication**

$$25 \times 12 = 25 \times (4 \times 3) = (25 \times 4) \times 3$$

Procédure fondée sur la distributivité
de la multiplication sur l'addition

Procédure fondée sur l'associativité
de la multiplication

Registres verbaux

$$25 \times 12 = 25 \times (10 + 2) = (25 \times 10) + (25 \times 2)$$

$$25 \times 12 = 25 \times (4 \times 3) = (25 \times 4) \times 3$$

12 fois 25,
c'est 10 fois 25
plus 2 fois 25

12 fois 25,
c'est 3 fois
« 4 fois 25 »

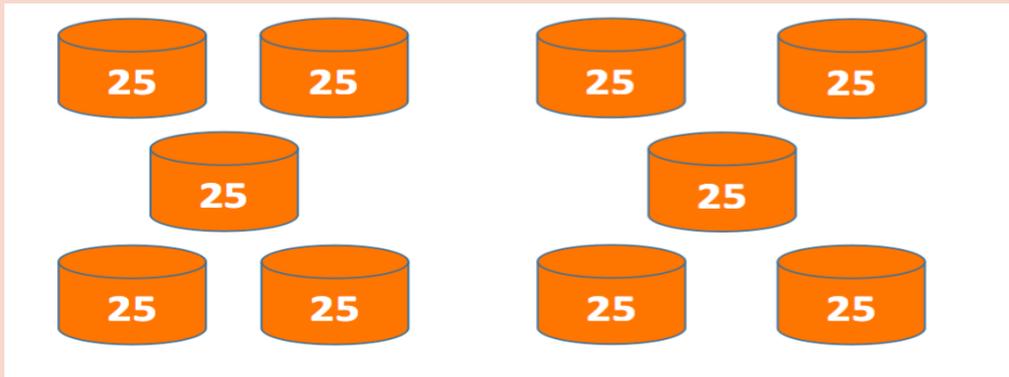
Procédure fondée sur la distributivité
de la multiplication sur l'addition

Procédure fondée sur l'associativité
de la multiplication

Registres figurés

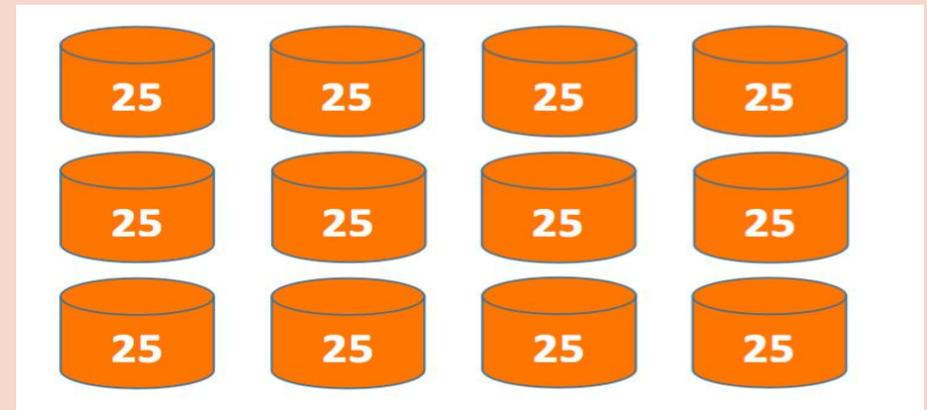
$$25 \times 12 = 25 \times (10 + 2) = (25 \times 10) + (25 \times 2)$$

$$25 \times 12 = 25 \times (4 \times 3) = (25 \times 4) \times 3$$



12 boîtes de 25 bonbons
décomposées en

10 boîtes de 25 bonbons et 2 boîtes de 25 bonbons



12 boîtes de 25 bonbons
décomposées en

3 groupes de 4 boîtes de 25 bonbons

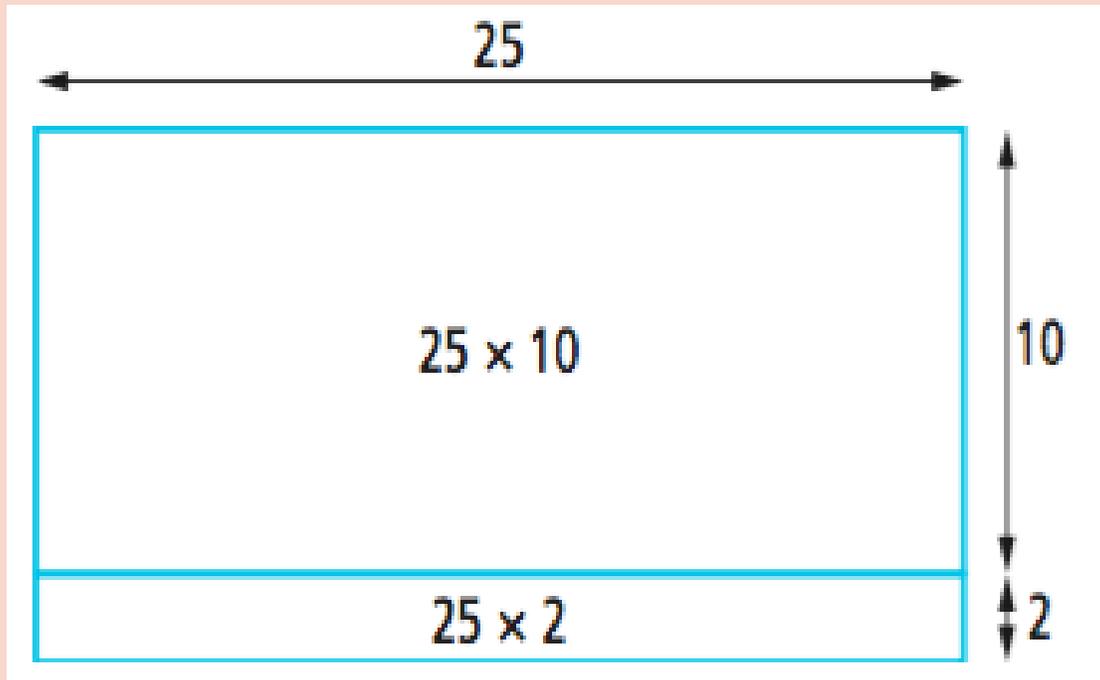
ou

4 groupes de 3 boîtes de 25 bonbons

Procédure fondée sur la distributivité
de la multiplication sur l'addition

Registres des quadrillages

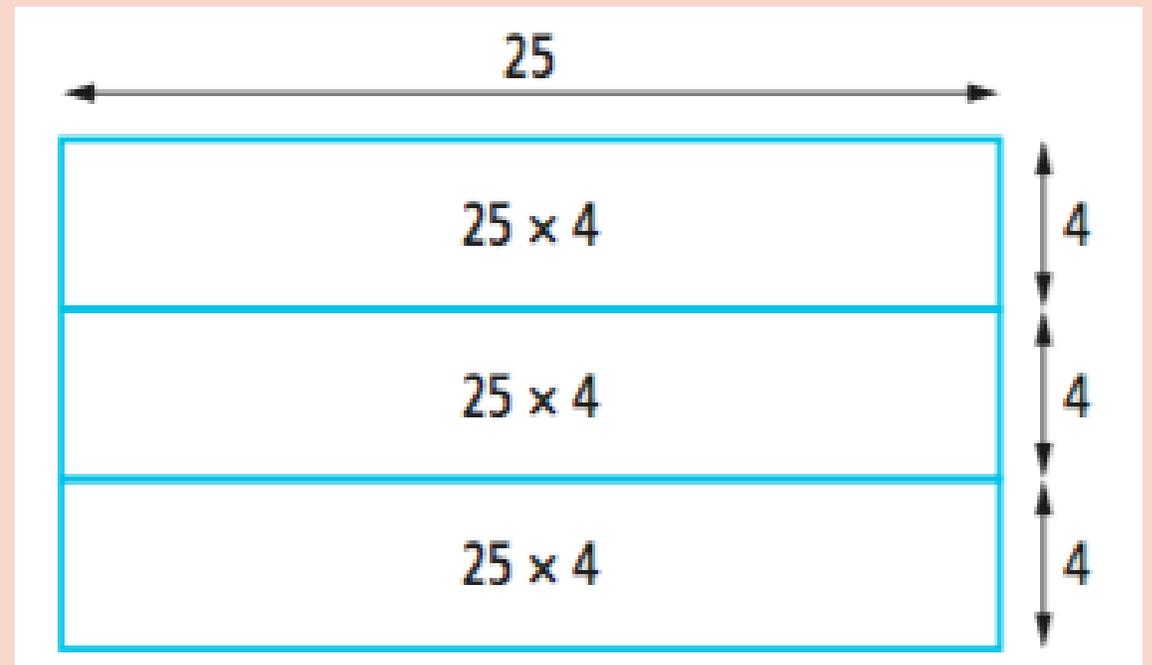
$$25 \times 12 = 25 \times (10 + 2) = (25 \times 10) + (25 \times 2)$$



Procédure fondée sur l'associativité
de la multiplication

Registres des quadrillages

$$25 \times 12 = 25 \times (4 \times 3) = (25 \times 4) \times 3$$

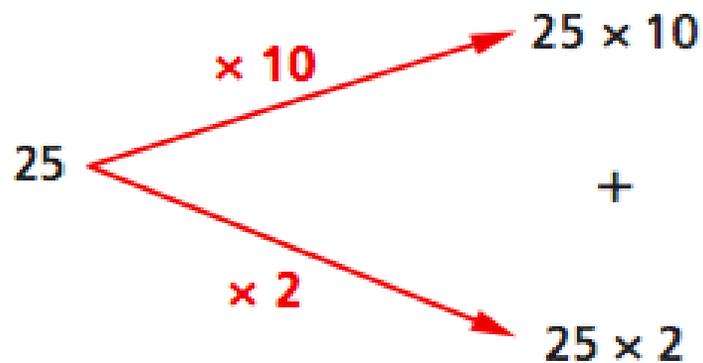


Procédure fondée sur la distributivité
de la multiplication sur l'addition

Procédure fondée sur l'associativité
de la multiplication

Registres symboliques

Arbres de calcul



Calculs en ligne

$$25 \times 12 = 25 \times (10 + 2) = (25 \times 10) + (25 \times 2)$$



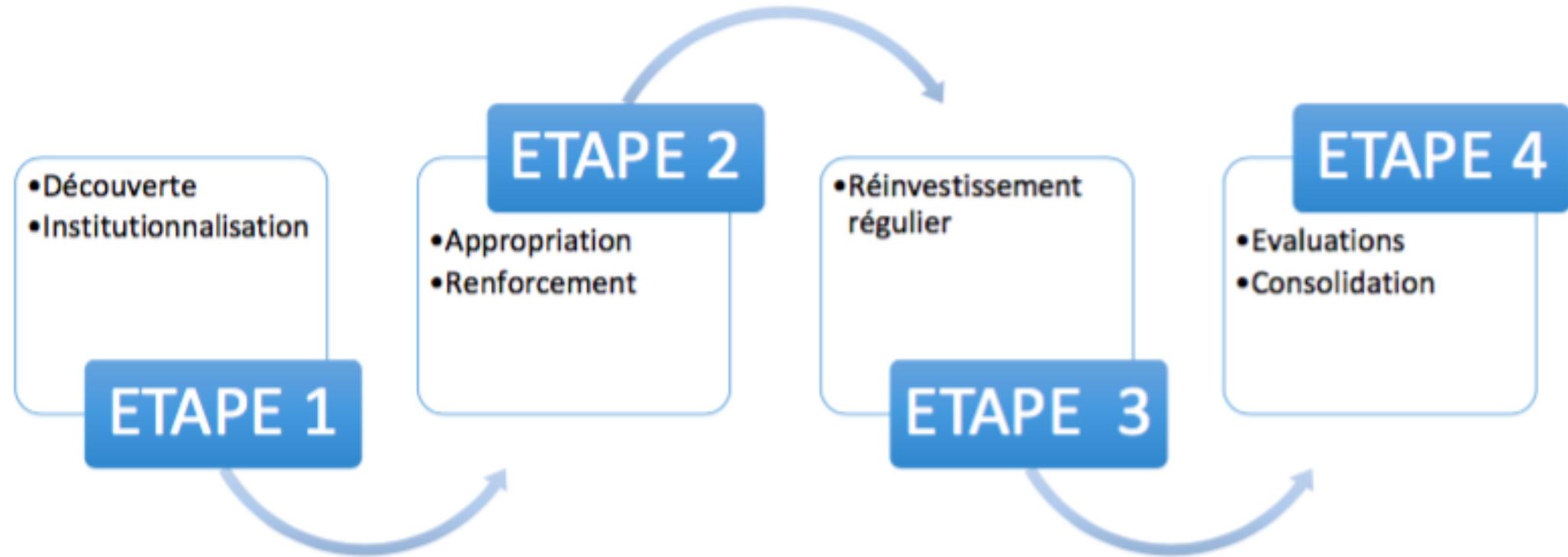
Calculs en ligne

$$25 \times 12 = 25 \times (4 \times 3) = (25 \times 4) \times 3$$

Mise en œuvre dans la classe aspect pédagogique

- Observation d'une séance de calcul mental
- Qu'apprennent les élèves ? Comment ?
- La séquence
- Les outils
- L'évaluation

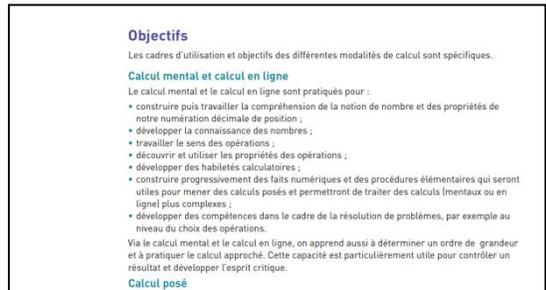
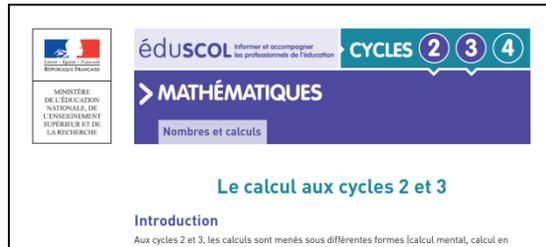
Une démarche en 4 étapes



Evaluations mises au service des apprentissages
Différenciation

calcul mental

Points de vigilance



- Assurer la connaissance de faits numériques
- Développer la connaissance des propriétés des opérations et de procédures de calcul mental
- Renforcer des capacités et connaissances mathématiques

Assurer la connaissance de faits numériques

- Connaissances des tables dans les deux sens
- Soulager la mémoire de travail : 36×8 et 6×8
- Avoir des nombres qui « parlent »
14 objets identiques pèsent ensemble 63kg.
Combien pèsent 4 de ces objets ?
- Pouvoir aborder sereinement le calcul posé (les deux s'enrichissent mutuellement)

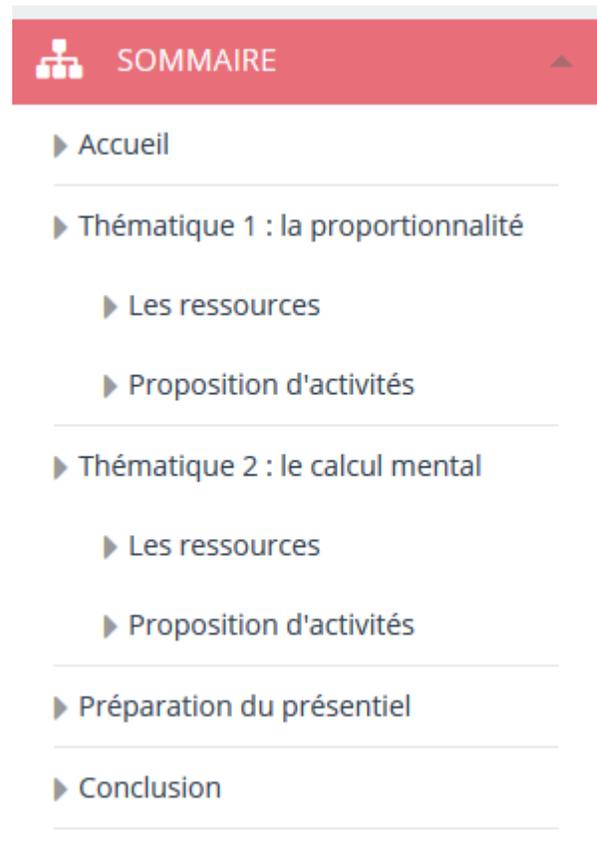
Retour au plan de formation

T1	Conférence Problématique générale de l'enseignement des mathématiques au cycle 3 (Proportionnalité et calcul)	2h15
T2	FOAD Parcours de formation comprenant : <ul style="list-style-type: none">• Un module sur le calcul• Un module sur la proportionnalité	4h30
T3	Mise en œuvre dans la classe des situations proposées	
T4	Suivi, analyse et retour concernant la mise en œuvre dans la classe	2h15

Zoom sur le parcours

Zoom Mise en œuvre dans la classe des situations proposées

Zoom sur le suivi



SOMMAIRE ▲

- ▶ Accueil
- ▶ Thématique 1 : la proportionnalité
 - ▶ Les ressources
 - ▶ Proposition d'activités
- ▶ Thématique 2 : le calcul mental
 - ▶ Les ressources
 - ▶ Proposition d'activités
- ▶ Préparation du présentiel
- ▶ Conclusion

Thématique 1 : la proportionnalité

Thématique 2 : le calcul mental

Objectifs:

- Mettre en relation le savoir avec l'aspect pédagogique (organisation en classe) et l'aspect didactique (étude des productions des élèves)
- Mettre en œuvre en classe et/ou en équipe des activités proposées

Construire et d'expérimenter une séquence de calcul mental (pour amener les élèves à construire des compétences autour de "multiplier par 25")

Expérimenter:

Le géant

Vous êtes tous prêts ?

Une entreprise fabrique des vis

Le suivi

- 2 temps :

- Consensus autour du projet d'enseignement (comment avez-vous introduit votre séquence ?
Comment avez-vous évalué vos élèves ? Quelle adaptation avez-vous opérée au sein de votre séquence ?)
- Consensus autour du projet d'apprentissage (quelles stratégies pour répondre aux besoins des élèves ?)
Également : croiser typologie des situations de proportionnalité (temps courts, courts/longs, longs)
et les phases de l'apprentissage (entraînement, etc.).

Pensez à conserver et à apporter des traces de l'activité des élèves afin de pouvoir échanger autour de cette expérimentation.

Ceux qui le souhaitent pourront présenter leur mise en œuvre.

Enquête sur le parcours : à des fins statistiques